


MATUR
DES
VAISS.











[Bouguer (Pierre)]

5 plates

4019

from R.C. Anderson's
"18 Cent. Books on Ship Building"
in "Mariners Mirror",
V.33, No.4

Presentation Copy

Donné par l'auteur a son trés obeissant serviteur et ami Landreville Prê de l'Oratoire Mathemat. d'Angu

Août 1730.

DE LA MÂTURE
DES
VAISSEAUX.
PIECE
QUI A REMPORTÉ LE PRIX
DE L'ACADEMIE ROYALE
DES SCIENCES,

Proposé pour l'année 1727, ſelon la fondation faite par feu M. ROUILLÉ DE MESLAY, *ancien Conſeiller au Parlement.*



A PARIS, RUE S. JACQUES,
Chez CLAUDE JOMBERT, au coin de la ruë des Mathurins, à l'Image de Notre-Dame.

M. DCC. XXVII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 6. Septembre 1727.

MESSIEURS de Mairan & Nicole, qui avoient été nommez pour examiner les Additions faites par M. Bouguer à sa Piéce sur *la Mâture des Vaisseaux*, qui a remporté le Prix de cette année, en ayant fait leur rapport ; la Compagnie a jugé que ces Additions serviroient à perfectionner cette Piéce, très-digne d'ailleurs de l'honneur qu'elle a reçû. En foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris ce 26. Septembre 1727.

FONTENELLE, *Sec. perp. de l'Ac. Roy. des Sc.*

PRIVILEGE DU ROY.

LOUIS par la grace de Dieu Roy de France & de Navarre : A nos amez & feaux Conseillers, les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand Conseil, Prevôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, Salut. Notre bien amé & feal le *Sieur Jean-Paul Bignon*, *Conseiller ordinaire en notre Conseil d'Etat*, *& Président de notre Académie Royale des Sciences*, Nous ayant fait très-humblement exposer, que depuis qu'il nous a plû donner à notredite Académie, par un Réglement nouveau, de nouvelles marques de notre affection, elle s'est appliquée avec plus de soin à cultiver les Sciences, qui font l'objet de ses exercices ; ensorte qu'outre les Ouvrages qu'elle a déja donnez au Public, elle seroit en état d'en produire encore d'autres, s'il Nous plaisoit lui accorder de nouvelles Lettres de Privilege, attendu que celles que Nous lui avons accordées en datte du 6. Avril 1699. n'ayant point de tems limité, ont été déclarées nulles par un Arrêt de notre Conseil d'Etat du 13. Août 1713. Et désirant donner au Sieur Exposant toutes les facilitez & les moyens qui peuvent contribuer à rendre utiles au Public les travaux de notredite Académie Royale des Sciences, Nous avons permis & permettons par ces Présentes à ladite Académie, de faire imprimer, vendre ou débiter dans tous les lieux de notre obéïssance, par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, en telle forme, marge, caractére, & autant de fois que bon lui semblera, *toutes ses Recherches ou Observations journalières, & Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans les Assemblées* ; comme aussi *les Ouvrages, Mémoires ou Traitez de chacun des Particuliers qui la composent*, & généralement tout ce que ladite Académie voudra faire paroître sous son nom, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & jugé qu'ils sont dignes de l'impression ; & ce pendant le tems de *quinze années* consécutives, à compter du jour de la datte desdites Présentes. Faisons défenses à toutes sortes de personnes de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre Royaume ; comme aussi à tous Imprimeurs, Libraires & autres, d'imprimer, faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter ni contrefaire aucun desdits Ouvrages imprimez par l'Imprimeur de ladite Académie ; en tout ni en partie, par extrait, ou autrement, sans le consentement par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'eux : à peine contre chacun des contrevenans de confiscation des Exemplaires contre-

faits au profit de sondit Imprimeur : de trois mille livres d'amende, dont un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, un tiers audit Imprimeur, & l'autre tiers au Dénonciateur, & de tous dépens, dommages & interêts ; à condition que ces Présentes seront enregistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, & ce dans trois mois de ce jour : que l'impression de chacun desdits Ouvrages sera faite dans notre Royaume & non ailleurs, & ce en bon papier & en beaux caracteres, conformément aux Réglemens de la Librairie ; & qu'avant de les exposer en vente, il en sera mis de chacun deux Exemplaires dans notre Bibliothéque publique, un dans celle de notre Château du Louvre, & un dans celle de notre très-cher & féal Chevalier Chancelier de France le Sieur Daguesseau ; le tout à peine de nullité des Présentes. Du contenu desquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie, ou ses ayans cause, pleinement & paisiblement, sans souffrir qu'il leur soit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie desd. Présentes qui sera imprimée au commencement ou à la fin desd. Ouvrages, soit tenuë pour dûement signifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amez & feaux Conseillers & Secretaires, foi soit ajoutée comme à l'original. Commandons au premier notre Huissier ou Sergent de faire pour l'execution d'icelles tous actes requis & nécessaires, sans demander autre permission, & nonobstant clameur de Haro, Charte Normande, & Lettres à ce contraires. Car tel est notre plaisir. Donné à Paris le 29 jour du mois de Juin, l'an de grace 1717, & de notre Regne le deuxiéme. Par le Roi en son Conseil.

Signé, FOUQUET

Il est ordonné par l'Edit du Roy du mois d'Août 1686. & Arrêt de son Conseil, que les Livres dont l'impression se permet par Privilege de Sa Majesté, ne pourront être vendus que par un Libraire ou Imprimeur.

Registré le présent Privilege, ensemble la Cession écrite ci-dessous, sur le Registre IV. de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, p. 155. N. 205. conformément aux Réglemens, & notamment à l'Arrêt du Conseil du 13. Août 1703. A Paris le 3. Juillet 1717.

Signé, DELAULNE, *Syndic.*

Nous soussigné Président de l'Académie Royale des Sciences, déclarons avoir en tant que besoin cedé le présent Privilege à ladite Académie, pour par elle & les differens Académiciens qui la composent, en jouir pendant le tems & suivant les conditions y portées. Fait à Paris le 1. Juillet 1717. *Signé*, J. P. BIGNON.

ERRATA.

P*Age 58 ligne 20, lisez f au lieu de* f^2 *dans le dénominateur de l'expression algébrique. Pag. 68 l. 22, lisez* $\frac{5}{6}e$ *au lieu de* $\frac{6}{5}e$. *Pag. 79 l. 28, lisez* & la distance. *Pag. 80 l. dern. effacez* l'exposant 2 *du dénominateur x. Pag. 85 l. 4*, il puisse, *effacez* il. *Pag. 121 l. 20*, la situation, *lisez* sa situation. *Pag. 145 l. 16, lisez* n'a que $\frac{1}{b^2}$ de variable. *Pag. 150 l. dern.* qui lui est égale & qui a la même forme, *lisez* qui doit lui être égale si on suppose que A & a soient deux impulsions directes connuës, l'une pour la route directe & l'autre pour la route dont *c* est la tangente de la dérive.



DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

Vela damus, vaſtumque cavâ trabe currimus æquor.
Lib. III. Virg. Mar.

PREMIERE SECTION.

Où l'on examine les conditions de la Mâture parfaite, principalement pour la route directe.

CHAPITRE PREMIER.

Des Mâts conſiderez comme leviers, & des points qui leur ſervent d'hypomoclions.

I.

LES voiles ſupérieures font ordinairement plus d'effet que les inférieures ; ſoit parce qu'étant plus tenduës, elles reçoivent plus directement l'impulſion du vent, ſoit parce que le vent auquel elles ſont expoſées eſt plus rapide que celuy

qui frappe sur les voiles d'enbas. Les Anciens qui ne pensoient point à ces deux raisons, prenoient les Mâts pour des leviers, & prétendoient que les voiles supérieures ne faisoient marcher le Vaisseau avec plus de vîtesse, que parce qu'elles étoient appliquées à une plus grande distance du point d'appuy. Prévenus ensuite en faveur de ce sentiment, ils le soutenoient avec chaleur; car ils rapportoient à cette même méchanique indifferemment toutes sortes d'actions, & ils ne pouvoient pas manquer d'y rapporter celle des Mâts, dont la hauteur est tres-propre à representer la longueur des leviers. Cependant on peut assurer qu'ils se trouvoient arrêtez par une grande difficulté; il falloit assigner une place au point d'appuy, & ils ne sçavoient pas trop où le mettre. Le centre de gravité, le pied du Mât, l'extrémité de la prouë, tous les points du Navire enfin, servoient assez à expliquer les balancemens & les inclinaisons du Vaisseau; mais ils ne servoient pas également, lorsqu'il s'agissoit de rendre raison du mouvement du sillage, & c'est-là justement ce qui embarrassoit.

En effet, on étoit alors bien éloigné d'avoir le véritable point d'appuy, puisqu'il est facile de prouver que ce point ne peut être qu'au centre de la terre. Pour se convaincre de cette proposition, qui semble d'abord un peu paradoxe, il n'y a qu'à supposer que le Vaisseau poussé par le vent qui choque sa voile, fait dans sa route le tour de nôtre globe. Pendant ce temps-là le centre d'effort de la voile décrira un cercle concentrique à la terre, & le Mât changera continuellement de situation. Mais cependant si on conçoit ce Mât prolongé indéfiniment par enbas, il passera toujours par le centre de la terre, & ainsi il sera toujours rayon des cercles que le Vaisseau & le centre d'effort de la voile décriront. Voila ce qui montre que le centre de la terre est naturellement le point fixe ou le point d'appuy des Mâts pris pour leviers dans l'explication du mouvement du sillage. Les Mâts sont des

leviers de la seconde espece, parce que le fardeau est entre la puissance & le point d'appuy. Le point d'appuy est le centre de la terre où le Mât étant prolongé va toujours se rendre; la puissance, c'est l'impulsion du vent réunie dans le centre d'effort des voiles, & le fardeau est representé par la difficulté qu'il y a à mouvoir le Vaisseau dans un milieu qui fait de la résistance. Et nous pouvons remarquer que comme la puissance & le fardeau sont sensiblement à une même distance du point fixe, puisque la hauteur des Mâts est toujours insensible par rapport au rayon de la terre, la puissance doit être égale au fardeau : c'est-à-dire que, lorsque le Navire single avec son mouvement uniforme, l'impulsion du vent selon le sens horisontal doit être égale à la résistance que le Navire trouve à avancer dans l'eau aussi selon le sens horisontal.

II.

Mais si au lieu de considerer le sillage du Navire, on examine ses situations & inclinaisons, son *tangage* & son *roulis*, on ne doit plus prendre le centre de la terre pour le point fixe : car il est certain que peu de changement dans la hauteur du Mât produit de grands effets dans la situation du Vaisseau, & c'est ce qui n'arriveroit pas si le point d'appuy étoit au centre de la terre; puisque l'impulsion du vent sur la voile en seroit toujours à peu près également éloignée, & agiroit par consequent toujours de la même maniere. C'est donc le centre de gravité du Vaisseau qu'on doit dans ce cas regarder comme hypomoclion ou comme point d'appuy : car une puissance ne tend à faire tourner un corps ou à le faire incliner, que selon qu'elle est appliquée à plus de distance de son centre de gravité. Si, par exemple, la direction SK [Figure I.] du choc du vent sur la voile LM passoit par le centre de gravité G du Vaisseau OC, le choc du vent n'auroit aucune force pour faire incliner le Navire; mais comme

Tangage, c'est les balancemens du Vaisseau dans le sens de sa longueur; & *roulis*, les balancemens dans le sens de sa largeur.

Fig. 1.

la direction SK eſt conſiderablement éloignée du centre G, on doit convenir que le choc du vent tend à faire pancher le Vaiſſeau du côté de ſa prouë O, avec un moment qui eſt d'autant plus fort, que la diſtance de ſa direction SK au centre G, qui ſert de point d'appuy, eſt plus grande.

III.

Pendant que l'impulſion du vent travaille ainſi à faire enfoncer la prouë dans l'eau, il faut néceſſairement que quelqu'autre puiſſance tende à l'en faire ſortir; autrement le Navire verſeroit toujours. La principale force qui s'oppoſe à l'impulſion du vent, c'eſt l'impulſion de l'eau ſur la prouë *a* E qui agit ſelon la direction DH. Le Vaiſſeau ne peut pas ſingler le moins du monde ſans choquer l'eau qui ſe rencontre ſur ſon chemin, ni ſans en être repouſſé dans un ſens contraire à la route: & l'impulſion tombe ſur une ligne DH qui s'éleve en l'air vers H, parce que comme la prouë *a* E eſt toujours inclinée en avant, elle eſt pouſſée par l'eau, non-ſeulement ſelon le ſens horiſontal, mais auſſi ſelon le ſens vertical. Or cette impulſion de l'eau peut contre-balancer l'impulſion du vent ſur la voile; car elle tend à élever la prouë en même-tems que l'impulſion du vent tend à la faire caler; & il eſt évident que ſelon que l'une de ces impulſions ſera plus puiſſante que l'autre, à raiſon de ſa force abſoluë & de la diſtance de ſa direction au centre de gravité G, le Navire doit prendre differentes ſituations.

IV.

On voit bien qu'il eſt de la derniere importance pour la Théorie de la mâture de découvrir le réſultat de ces deux impulſions du vent ſur la voile, & de l'eau ſur la prouë. On pourroit conſidérer ces impulſions ſéparément: mais je crois qu'il vaut beaucoup mieux les réduire

d'abord en une ſeule force par les régles de la compoſition des mouvemens ; car nous n'aurons de cette ſorte qu'un ſeul effort à conſidérer, & nous ſerons moins obligez de partager notre attention. Lorſqu'on tire en même-tems un corps par deux differentes directions, comme avec deux cordes, ce corps n'eſt pas déterminé de la même maniere que s'il n'étoit tiré que vers un ſeul côté. Des deux directions il s'en forme une troiſiéme, & c'eſt cette derniere que le corps ſuit dans ſon mouvement. Il doit arriver à peu près la même choſe au Vaiſſeau qui eſt exposé en même-tems à l'action de deux differentes forces, l'impulſion du vent, & l'impulſion de l'eau. Ces deux forces ſe doivent réduire en une ſeule ; & ce doit être la même choſe de conſidérer cette ſeule force, que d'avoir égard aux deux impulſions du vent & de l'eau ; parce que comme ces impulſions ſont contraires en certain ſens, elles ſe détruiſent en partie, & la force dont nous parlons doit être composée de tout ce qui n'entre pas dans la deſtruction. Mais il faut que nous nous reſſouvenions toujours de prendre le centre de gravité du Vaiſſeau pour point d'appuy ; puiſque ce centre ſert véritablement d'hypomoclion à toutes les puiſſances qui tendent à faire tourner ou incliner le Navire.

CHAPITRE II.

De la maniere dont les chocs du vent ſur la voile, & de l'eau ſur la prouë ſe réduiſent à un ſeul effort.

I.

LE Lecteur ſçait, ſans doute, que c'eſt ordinairement par le moyen d'un paralellograme qu'on réduit deux puiſſances en une ſeule force. Si, par exemple, deux puiſſances pouſſent à la fois le corps A Fig. 2. ſelon les Fig. 2.

deux directions AB & AC, & que la premiere le pouſſe avec une force capable de luy faire parcourir AB, pendant que la ſeconde le pouſſe avec une force capable de luy faire parcourir AC : ce corps ne doit ſuivre en particulier aucune des directions AB & AC ; car la puiſſance qui agit ſur l'autre direction doit l'en empêcher. Ce corps doit ſuivre un chemin AD qui tienne une eſpece de milieu entre les deux directions AB & AC : & pour découvrir ce chemin, il n'y a qu'à former le paralellograme BACD par les paralelles CD, BD aux directions, & la diagonale AD ſera le chemin requis ou la direction composée des deux AB & AC ; direction composée que le corps A doit ſuivre, ou qu'il eſt du moins déterminé à ſuivre par l'impulſion des deux puiſſances. Le corps A en avançant ſur AD, ſatisfera, autant qu'il ſera poſſible, aux mouvemens ſur les deux directions AB & AC. La premiere puiſſance en agiſſant ſelon AB, le pouſſe dans le ſens de la direction composée AD de la quantité AG, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AE ou GB. La ſeconde puiſſance qui pouſſe ſelon AC avec une force AC, tend auſſi à faire avancer le corps A dans le ſens de la direction composée AD d'une quantité AH, & tend à l'écarter de cette même direction de la quantité AF ou HC. Mais comme les deux puiſſances travaillent à écarter le corps A de différens côtez de la direction composée AD, l'une du côté droit, & l'autre du côté gauche, & qu'elles travaillent à cela avec des forces préciſément égales AE & AF ou GB & HC, il eſt évident qu'elles ſe doivent détruire mutuellement dans le ſens perpendiculaire à AD, & qu'ainſi elles ne doivent point empêcher le corps A de ſuivre AD. Et enfin, ſi on joint AG & AH, qui ſont les tendances des deux puiſſances ſelon la direction composée, on trouvera qu'elles forment AD, puiſque HD eſt égale à AG, à cauſe de l'égalité des deux triangles BAG, CDH. De ſorte que les deux mouvemens AB & AC ne ſe réduiſent eu égard à

tout, à leur convenance & à leur oppoſition, qu'au ſeul mouvement AD.

II.

Comme le Vaiſſeau ne forme qu'un ſeul corps avec ſon Mât & ſa voile, il eſt auſſi toujours ſujet à l'action de deux puiſſances, le choc du vent ſelon la direction SK, & le choq de l'eau ſur la prouë ſelon la direction DH ; & il eſt ſenſible que ces deux chocs ſe doivent réduire de la même maniere en un ſeul effort. Ces deux chocs s'exerceroient tout le long de leurs directions SK & DH, ſi rien ne les empêchoit dans leurs actions ; mais ils ſe font obſtacle l'un à l'autre en N, où leurs directions ſe coupent ; ils ont des forces contraires ſelon certain ſens, & ces forces ſe doivent détruire mutuellement en N, parce que c'eſt-là où elles ſe trouvent directement opposées. Je prends donc ſur leurs deux directions SK & DH depuis leur point de concours N, des eſpaces N*p* & N*r* pour déſigner les impulſions du vent & de l'eau, ou pour en marquer le rapport. L'eſpace N*p* exprimera l'impulſion du vent ſur la voile LM, pendant que l'eſpace N*r* repreſentera l'impulſion de l'eau ſur la prouë *a*E. J'acheve le paralellograme N*ptr*, & j'ay dans ſa diagonale N*t* la direction composée des deux SK & DH, & l'effort mutuel des deux impulſions N*p* & N*r* ; effort mutuel qui eſt tout ce qui réſulte de la réunion des impulſions du vent & de l'eau. Cet effort a moins de tendance dans le ſens de la route, que le choc N*p* du vent ſur la voile, parce qu'il ne repreſente pas l'action ſeule du vent, mais les actions du vent & de l'eau jointes enſemble ; c'eſt-à-dire, qu'il marque la force avec laquelle le vent pouſſe dans le ſens de la route après le retranchement fait de la réſiſtance de l'eau qui pouſſe dans un ſens contraire. Et ſi ce même effort N*t* agit dans la détermination verticale, c'eſt afin de remplir les forces relatives verticales des impulſions du vent & de l'eau, qui bien loin de ſe détruire, s'ajoutent au contraire Fig. 1.

ici enſemble ; parce qu'elles s'aident l'une & l'autre en tendant toutes deux en haut.

III.

Nous n'examinons point encore les changemens que l'effort N*t* doit produire dans la ſituation du Vaiſſeau : nous ne conſidérons icy les effets de cet effort que par rapport à la marche. Comme il tire de l'avant par ſa force horiſontale, & que rien ne peut luy faire obſtacle, il eſt ſenſible qu'il fera augmenter la vîteſſe du Navire. Et il en ſera de même toutes les fois que cet effort agira ſur une direction inclinée vers la prouë : car, puiſque le Vaiſſeau conſerveroit ſa même vîteſſe ſi rien ne le tiroit de l'avant, & s'il ne reſſentoit aucune réſiſtance, il eſt ſenſible qu'il doit augmenter ſon mouvement lorſque de l'impulſion du vent & de la réſiſtance de l'eau il réſulte un effort N*t* qui le tire dans le ſens de la route. Mais il y a de la différence auſſi-tôt que la direction de cet effort eſt verticale comme NT, ainſi que cela arrive pendant preſque toute la navigation ; car l'effort composé NT n'a dans ce cas aucune force horiſontale qui puiſſe produire du changement dans le ſillage. Il eſt vrai que les impulſions NP du vent & NR de l'eau qui forment l'effort NT, tendent toujours chacune à part à faire marcher le Vaiſſeau plus vîte ou plus lentement : mais ces deux impulſions agiſſent enſemble & en des ſens contraires, & il faut néceſſairement qu'elles ſe détruiſent l'une & l'autre quant au ſens horiſontal de la route, puiſqu'elles ne ſe réduiſent qu'à un effort vertical NT. Ainſi ces deux impulſions peuvent bien jointes enſemble ſoulever le Navire par leur tendance mutuelle verticale ; mais elles ne doivent point altérer le mouvement du ſillage, parce qu'elles s'en empêchent mutuellement, & que leur effort composé ne tire qu'en haut. Il reſte à expliquer comment les impulſions du vent & de l'eau qui agiſſent d'abord ſur une direction

direction composée oblique, prennent très-peu de tems après une direction verticale NT.

IV.

C'est qu'à chaque degré de vîtesse que l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau communique au Navire, l'impulsion du vent sur la voile diminuë & l'impulsion de l'eau sur la prouë augmente; de maniere que de ces deux impulsions du vent & de l'eau il naît ensuite un effort composé, différent du premier & qui approche un peu plus d'être vertical. L'impulsion de l'eau devient plus grande à mesure que le sillage augmente; car le Vaisseau ne peut pas singler plus vîte sans choquer l'eau par sa prouë avec plus de force. Et l'impulsion du vent sur la voile diminuë en même tems; parce que plus le Vaisseau single vîte, plus la voile fuit, pour ainsi dire, le vent; ou ce qui revient au même, plus il faut retrancher de la vîtesse absoluë du vent pour avoir la vîtesse respective avec laquelle il frappe la voile. Ainsi après qu'un effort composé N*s* des impulsions N*p* du vent & N*r* de l'eau a fait accélerer le mouvement de la marche de quelque degré, les impulsions du vent & de l'eau ne doivent plus être les mêmes; l'impulsion du vent doit être plus petite, telle qu'est N*P* & l'impulsion de l'eau plus grande telle qu'est N*R*; & il doit se former un autre effort composé N*T*. Cet effort N*T* fait encore accélerer le mouvement de la marche par sa tendance horisontale; & cette accélération étant cause que les impulsions du vent & de l'eau changent derechef, il se forme encore un autre effort un peu moins incliné: & la même chose se répete d'instant en instant, jusqu'à ce que l'effort composé se trouve exactement vertical comme NT, & que la promptitude de la marche n'augmente plus: ce qui s'acheve en fort peu de tems, en moins de deux ou trois minutes.

Fig. 1.

V.

Il s'ensuit de là que les impulsions du vent & de l'eau doivent agir suivant différentes directions composées selon les différens états dans lesquels on examine le Navire. Ou 1°. le sillage n'est point encore arrivé à sa plus grande vîtesse, & alors la direction composée des impulsions est inclinée en avant comme N*t*, N*T*, &c. & plus ou moins incliné, selon qu'il s'en faut davantage que le Navire n'avance avec son mouvement uniforme. Ou 2°. le sillage ne s'accélére plus, & c'est une marque que la direction composée est exactement verticale comme NT. Mais puisqu'il est certain par l'expérience que les Vaisseaux ne restent que fort peu dans le premier état, & qu'ils parviennent au second dans lequel ils avancent avec leur mouvement uniforme, en moins de tems qu'il n'en faut pour déployer toutes leurs voiles & pour les orienter, nous pouvons fort bien ne les considerer que dans ce second état. C'est pourquoi nous prendrons toujours pour principe que *les impulsions du vent sur la voile* LM *& de l'eau sur la prouë a* E *ne se réduisent qu'à l'effort vertical* NT *ou ne tendent jointes ensemble qu'à tirer le Navire en haut, selon la verticale* VNT *qui passe par l'intersection* N *de leurs directions* SK *&* DH.

VI.

Si on veut maintenant trouver la valeur de l'effort composé NT, il sera facile d'en venir à bout; pourvû qu'on sçache la valeur d'une des impulsions du vent sur la voile ou de l'eau sur la prouë avec la situation des axes SK & DH de ces deux impulsions. On sçaura la force de l'impulsion du vent par l'étenduë de la voile & par la vîtesse du vent: & la force de l'impulsion de l'eau sur la prouë par la grandeur & la figure de la prouë & par la vîtesse du Navi-

re, parce que c'eſt avec cette vîteſſe que la prouë va rencontrer l'eau. Et après cela le triangle PNT dont on connoîtra les trois angles & un côté, nous fournira cette proportion, le ſinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR formé par la verticale VT & la direction DH eſt à l'impulſion NP du vent ſur la voile, ou bien le ſinus de l'angle PNT formé par la verticale VT & la direction SK eſt à PT qui eſt égale à l'impulſion NR de l'eau ſur la prouë, comme le ſinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS que font enſemble les deux directions SK & DH ſera à l'effort NT auquel les deux impulſions NP du vent & NR de l'eau ſe réduiſent. Or c'eſt de cet effort compoſé ou mutuel NT dont nous n'avons qu'à examiner les effets pour reconnoître tous les mouvemens que les chocs du vent & de l'eau font capables d'imprimer au Navire: Nous allons commencer nos recherches dans les vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales, & nous marquerons en même tems la véritable diſpoſition de leur Mâture. Fig. 1.

CHAPITRE III.

Des différentes ſituations que l'effort mutuel des impreſſions du vent & de l'eau doit faire prendre aux Vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales; & des conditions qui rendent la Mâture parfaite dans ces ſortes de Vaiſſeaux.

I.

PUiſque les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë ne ſe réduiſent qu'au ſeul effort vertical NT, il eſt ſenſible qu'on peut comparer le Navire à une poutre qui ſeroit tirée en haut par quelque puiſſance: & de même que la puiſſance qui tireroit en haut ne pourroit avoir que trois différentes diſpoſitions, ſelon

qu'elle seroit appliquée au centre de gravité de la poutre ou à quelqu'une de ses extremitez, de même aussi toutes les dispositions de l'effort NT & de sa direction VNT doivent être renfermées dans les trois cas suivans.

1°. Ou la direction SK de la voile est fort élevée & la verticale VNT qui est la direction composée des efforts du vent & de l'eau passe en arriere du centre de gravité G du Vaisseau.

2°. Ou la direction SK de la voile est peu élevée & la verticale VNT passe en avant du centre de gravité G du Vaisseau.

3°. Ou enfin la hauteur de la Mâture tient le milieu entre celles des deux premiers cas, & la verticale VNT passe par le centre de gravité du Navire.

II.

Fig. 1. Nous remarquerons maintenant que le Vaisseau Mâté comme dans le premier cas & dans la premiere Figure, doit plonger sa prouë dans l'eau & élever sa poupe. Car les impulsions du vent & de l'eau réunies dans l'effort NT tirent la poupe en haut selon leur direction commune ou composée VNT qui est appliquée en arriere du centre de gravité G; & la poupe ne peut pas sortir de l'eau sans que la prouë ne s'y enfonce davantage. Il est encore sensible que plus la Mâture aura de hauteur, plus la direction SK de la voile rencontrera la direction DH de l'impulsion de l'eau en un point N avancé vers l'arriere, plus la verticale VNT sur laquelle les impulsions du vent & de l'eau s'accordent à tirer en haut sera écartée du centre de gravité G qui sert d'hypomoclion, & plus par conséquent l'effort composé NT aura de force relative ou de moment pour faire incliner le Vaisseau en avant. Ajoûtons que lorsque le vent augmentera sa vîtesse, l'impulsion NP que recevra la voile deviendra plus grande, de même que l'impulsion NR de l'eau sur la prouë, & l'effort composé NT,

augmentant auſſi, le Navire ſera tiré en haut avec plus de force & s'inclinera preſque toûjours davantage. Ainſi on doit craindre que l'enfoncement de la prouë n'aille trop loin, & que le Vaiſſeau Mâté comme dans le premier cas ne verſe à force de s'incliner.

III.

Ce que nous venons de dire du premier cas ſe peut appliquer au ſecond, où la verticale VT [Figure 3.] paſſe en avant du centre de gravité G; pourvû qu'on entende de la poupe ce que nous avons dit de la prouë. Les Vaiſſeaux dans ce ſecond cas courent encore riſque de verſer. Le péril n'eſt pas ſi évident que dans le premier cas, parce que comme les voiles n'ont pas tant de hauteur elles ont moins d'étenduë, & elles ne reçoivent pas une ſi grande impulſion de la part du vent; ce qui fait que l'effort composé NT ne tire jamais en haut avec tant de force: mais cependant il y a toûjours quelque riſque. Et c'eſt là même un deffaut que les voiles ayent peu d'étenduë & qu'elles reçoivent peu d'impulſion de la part du vent, puiſque le Navire en doit ſingler moins vîte. Fig. 3.

IV.

Enfin la verticale VT ſur laquelle ſe joignent les impulſions du vent & de l'eau peut paſſer par le centre de gravité du Vaiſſeau comme dans le troiſiéme cas & dans la quatriéme Figure. On voit ſenſiblement que le Navire Fig. 4. en cette derniere rencontre ne doit pas changer ſa ſituation horiſontale. Car quelque effort que faſſent l'eau & le vent joints enſemble ſelon VT, ils ne tendent toûjours qu'à ſoulever entierement le Navire, à cauſe de l'équilibre parfait qu'il y a de part & d'autre du centre de gravité G & de la direction VT qui paſſe par ce centre. La prouë, par exemple, ne doit pas s'enfoncer dans l'eau,

Fig. 4. puiſqu'elle eſt ſoutenuë par la poupe qui eſt en état de la contrebalancer. Mais direz-vous, le vent augmentera peut-être ? Il n'importe ; car quoique l'effort composé devienne plus grand & que le Vaiſſeau ſoit tiré en haut avec plus de force, rien ne lui fera encore perdre ſon équilibre, & ce Vaiſſeau conſervera par conſequent toûjours ſa ſituation horiſontale. En un mot le changement des impulſions du vent & de l'eau ne produit ici aucun autre effet, ſinon que le Navire s'éleve un peu de l'eau on y retombe par tout également : au lieu qu'il arrive dans les deux premiers cas que le Navire étant tiré en haut avec differentes forces par un endroit qui n'eſt pas ſon centre de gravité, s'incline plus ou moins du côté oppoſé & court riſque de *faire capot* pour parler en terme de Marine.

V.

Ainſi il n'eſt pas néceſſaire de pouſſer cet examen plus loin, pour reconnoître quelle eſt la meilleure diſpoſition de la voile : il eſt ſi clair que c'eſt le troiſiéme cas qui eſt préférable aux deux premiers, qu'il n'eſt pas beſoin de le faire ſentir davantage. Ce n'eſt que dans le troiſiéme cas que le Navire reſte continuellement de niveau, & qu'il n'y a aucune apparence de péril, & tant qu'on s'y conformera, on pourra encore naviger avec toute la promptitude poſſible ; car on ne ſera ſujet à aucun accident, quoiqu'on augmente l'étenduë des voiles d'une quantité extraordinaire. L'impulſion NP du vent ſera beaucoup plus grande de même que l'impulſion NR de l'eau ſur la prouë, parce que le Navire ſinglera beaucoup plus vîte : mais ces deux impulſions raſſemblées dans l'effort compoſé NT & qui tireront en haut avec beaucoup plus de force ne tendront encore qu'à ſoulever le Navire par tout également, ſans luy faire perdre ſa ſituation horiſontale. Voilà ce qui montre combien la diſpoſition du troiſiéme cas eſt parfaite, & ce qui doit faire ceſſer toutes nos irréſolutions.

Lorsqu'on voudra donc mâter un Vaisseau OC [Fig. 4.] *il faudra faire passer la direction* SK *du choc du vent sur la voile par le point de concours* N *de la direction* DH *du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale* GT *du centre de gravité* G *du Vaisseau*. Autrement la direction composée VNT ne passeroit pas par le centre de gravité G, & le Navire seroit disposé comme dans le premier ou dans le second cas. Notre maxime ne sera nullement difficile à observer : comme on connoît les loix que les fluides observent dans leur impulsion, on pourra déterminer la direction DH du choc de l'eau sur la prouë ; puis élevant du centre de gravité ou du milieu G du Vaisseau la verticale GT, le point de concours de cette verticale & de la direction DH doit toûjours appartenir à la Mâture, & on pourra l'appeller *point vélique*, parce que s'il n'est pas nécessaire qu'il se trouve toûjours dans la voile, il faut au moins que la direction de l'effort de la voile y passe toûjours. On menera donc par ce point N une ligne SK pour servir de direction au choc du vent, & il ne restera plus qu'à appliquer la voile, de maniere que l'impulsion qu'elle recevra tombe effectivement sur cette ligne. Il s'ensuit de là qu'on pourra donner à la voile une infinité de différentes situations : car on peut conduire par le point N une infinité de differentes lignes comme SK. Il n'importe aussi comment la voile soit placée, ni que sa direction soit horisontale ou inclinée pour que les impulsions du vent & de l'eau se réduisent à un seul effort vertical NT : & il est évident qu'aussi-tôt que la direction de la voile passe par le point de concours N de la direction DH du choc de l'eau & de la verticale GT du centre de gravité G, la direction de l'effort composé NT est toûjours appliquée au centre de gravité G ; car cette direction n'est autre chose que la verticale même du centre G.

Fig. 4. Maxime de Mâture pour les Vaisseaux dont la poupe & la prouë sont égales.

V I.

Si on nous propoſe, par exemple, de mâter le Navire OC [Fig. 5.] formé par un demi cilindre couché de 80 pieds de long, dont les deux extremitez ſont couvertes de deux moitiez d'Hémiſphere de 18 pieds de rayon, qui ſervent de prouë & de poupe ; & qu'on ſuppoſe que ce Navire, qui approche fort de la figure des *Houcres,* * cale dans l'eau de 9 pieds, moitié de ſa profondeur: on trouvera que la direction DH de l'impulſion de l'eau ſur la prouë fait avec l'horiſon un angle HDC d'environ 48 $\frac{1}{3}$ degr. & cherchant par la Trigonometrie à quelle hauteur cet axe DH rencontre la verticale VT du centre de gravité G du Vaiſſeau ; (ce qui eſt facile, puiſqu'il ne s'agit que de réſoudre le triangle rectangle DVN dont l'angle D eſt de 48 $\frac{1}{3}$ degr. & le côté DV de 40 pieds moitié de la longueur du corps du Navire,) nous trouverons que cette hauteur VN du *point vélique* N eſt de 45 pieds. On pourra enſuite conduire par le point N la direction SK de l'impulſion du vent comme on voudra. Mais ſi on eſt bien aiſe de placer la voile verticalement, ainſi qu'on a coûtume de le faire dans la Marine, il faudra mener cette direction SK horiſontalement, & de cette ſorte le centre d'effort I de la voile ſera à même hauteur que le *point vélique* N à 45 pieds au-deſſus du Vaiſſeau : & enfin pour mettre tout d'un coup le centre d'effort I à cette hauteur, il n'y aura qu'à faire la voile par tout également large, & lui donner pour hauteur le double de celle du *point vélique* ; c'eſt-à-dire, qu'il faudra icy l'élever de 90 pieds.

Fig. 5.

* Certains bâtimens qui ſont en uſage dans les païs du Nord,

V I I.

Mais il faut remarquer que tout ce que nous venons de dire n'eſt pas général, & qu'il ne convient principalement qu'aux Vaiſſeaux dont la poupe & la prouë ſont égales.

égales. Car nous n'avons compté jusqu'icy que deux causes extérieures des mouvemens du Navire, le choq du vent sur la voile & celuy de l'eau sur la prouë ; mais il y en a une troisiéme à laquelle il faut avoir égard, sçavoir une certaine force qu'a l'eau de même que toutes les autres liqueurs pour pousser en haut les corps qu'elles supportent. Cette force qui agit dans le centre de gravité Γ de l'espace qu'occupe la carene & qui est égale à la pesanteur de la masse d'eau qui a cédé sa place, ne tend toûjours qu'à soûtenir le Navire de la Figure 4, parce qu'elle se trouve toûjours appliquée sous son centre de gravité G. Au lieu que dans la plûpart des Navires dont la poupe & la prouë sont inégales comme celuy de la Figure 9, à mesure que ces Vaisseaux s'élevent de l'eau par l'action de l'effort composé NT, le centre de gravité Γ dans lequel se réunit la force dont nous parlons, change de place & cette force tend à produire quelque inclinaison en même-tems qu'elle soûtient le Navire ; parce qu'elle ne se trouve plus appliquée sous son centre de gravité G. Voilà ce qui doit rendre insuffisante la maxime de Mâture que nous venons d'établir ; & c'est ce qui nous oblige d'entrer de rechef dans l'examen des situations & inclinaisons du Navire, afin de découvrir quelle part peut y avoir la force verticale de l'eau.

CHAPITRE IV.

De la partie du Navire qui s'enfonce dans la mer, & de celle qui en doit sortir par l'action de l'effort composé des chocs du vent & de l'eau.

I.

IL faut que les liqueurs poussent en haut avec une véritable force les corps qui nagent sur leurs surfaces ; au-

trement la pesanteur de ces corps les empêcheroit de flotter & les feroit toûjours tomber à fond. On ne peut pas aussi enfoncer dans l'eau quelque solide très-leger sans éprouver cette force ; car on ressent une résistance considérable & une résistance qui augmente toûjours en même raison que l'enfoncement. Si on plonge le solide deux fois plus, on trouve que le liquide pousse en haut avec deux fois plus de force ; si on le plonge trois fois plus, on trouve trois fois plus de force ; & ainsi toûjours de suite. En un mot *cette poussée verticale* (c'est ainsi que nous appellerons désormais cette force qui agit précisément de bas en haut) se réunit dans le centre de gravité de l'espace que la carene du corps occupe dans la liqueur, & est toûjours égale à la pesanteur du liquide qui a cedé sa place : c'est-à-dire, que si un Navire enfonce dans l'eau de 10000 pieds cubes, il sera poussé en haut avec un effort de 720000 liv. qui est le poids de 10000 pieds cubiques d'eau de mer, à 72 livres chaque pied.

On rend facilement raison en Hydrostatique de cette force qu'ont les liqueurs pour pousser en haut. On fait remarquer que lorsqu'on plonge quelque corps dans l'eau, on fait monter autant d'eau que le corps qu'on plonge a d'étenduë, & on fait voir qu'il est naturel qu'on ressente la pesanteur de cette eau qu'on éleve & qu'on fait sortir de sa place ; & c'est ce qui forme *la poussée* dont nous parlons. On montre aussi que le centre de gravité des corps qui flottent librement est toûjours précisément au dessus ou au dessous du centre de gravité de leur carene ; & cela parce qu'il faut que la poussée de l'eau qui se réunit dans le centre de gravité de la carene agisse dans la même direction que la pesanteur du solide pour pouvoir la soûtenir exactement. C'est enfin sur ces principes que lorsqu'on veut trouver le port d'un Navire, on mesure la partie de la carene qui s'enfonce dans la mer par la charge ; c'est-à-dire, la partie qui fait la différence du plus grand & du moindre enfoncement lorsque le Navire est chargé & lors

qu'il ne l'eſt pas : & ſi cette partie eſt de 10000 pieds cubiques, c'eſt une marque qu'il faut 720000 livres ou 360 tonneaux pour la faire enfoncer dans l'eau & pour charger le Navire propoſé.

II.

La pouſſée des liqueurs étant reconnuë, il eſt facile de découvrir ce qu'il y a de plus particulier dans les ſituations que le Navire doit prendre. On voit en premier lieu que comme il eſt tiré en haut avec force par les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë qui agiſſent de concert ſelon la verticale VNT, il doit un peu ſortir de l'eau & ne pas y occuper un eſpace *a*EF*b* ſi grand que ſa carene AEFB qui eſt l'eſpace qu'il occuperoit, s'il flottoit librement & s'il étoit en repos. Car il ne doit s'enfoncer dans la mer, de même que tous les autres corps, qu'à proportion de ſa peſanteur, & cette peſanteur eſt un peu moindre, puiſque l'effort composé NT en ſupporte une partie. Il eſt donc clair que ſi l'effort NT tire en haut avec une force capable de ſoutenir le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la peſanteur du Vaiſſeau, le $\frac{1}{4}$ ou le $\frac{1}{3}$ de la carene doit s'élever de l'eau & la partie ſubmergée *a*EF*b* n'étant plus enſuite que les trois quarts ou les deux tiers de la carene AEFB, la pouſſée de l'eau qui augmente ou diminuë toûjours en même raiſon que cette partie, n'aura préciſément de force que ce qu'il en faut pour ſoûtenir les trois autres quarts ou les deux autres tiers de la peſanteur du Navire dont elle eſt chargée. Ainſi ſuppoſé que la carene AEFB repréſente la peſanteur entiere du Navire, la partie ſubmergée *a*EF*b* repréſentera *la pouſſée* de l'eau, pendant que l'effort NT ſera exprimé par la partie non-ſubmergée ou par la difference AEFB — *a*EF*b* de la carene & de la partie ſubmergée : & par conſequent *il doit toûjours y avoir même rapport de la partie non-ſubmergée de la carene à l'effort* NT *que de toute la carene à la peſanteur du Navire & que de* Fig. 1. & 3.

Fig. 1. 3. *la partie submergée à la poussée verticale de l'eau.* Dans les Figures 4, 8 & 9, AEFB est la carene, *a*EF*b* la partie submergée, & A*ab*B la partie non-submergée. Dans les Figures 1 & 6, AEFB est encore la carene & *a*EF*b* la partie submergée ; mais on ne doit pas prendre tout B*yb* pour la partie non-submergée, parce que A*ya* s'est plongé dans l'eau pendant que B*yb* en est sorti, & que la carene AEFB ne surpasse pas la partie submergée *a*EF*b* de tout B*yb*, mais seulement de B*yb* — A*ya*. Ainsi c'est B*yb*— A*ya* qui s'est élevé de l'eau par l'action de l'effort composé NT & qu'on doit regarder comme la partie non-submergée.

III.

Quoiqu'il en soit de cette partie non-submergée, il est maintenant sensible qu'on en trouvera la solidité en cherchant une partie de la carene, qui soit à toute la carene comme l'effort NT est à toute la pesanteur du Vaisseau. Proposons-nous, par exemple, le Navire OC de la Figure 5 dont nous avons parlé dans l'article V. du Chapitre précédent. (Fig. 5.) Si on cherche la solidité de sa carene entiere sur les dimensions que nous lui avons donné, on trouvera qu'elle est de 19736 pieds cubiques, & qu'ainsi la pesanteur du Navire & de sa charge est de 1420992 livres ou de 710 tonneaux 992 livres. Supposant ensuite que la voile LM ait 100 pieds de largeur & que le vent se meuve de 50 pieds par seconde plus vîte que le Vaisseau ; il résultera de la premiere supposition que la voile aura 9000 pieds quarrez de superficie, parce que sa hauteur a été fixée par nos regles à 90 pieds ; & il résultera de la seconde supposition que cette voile LM recevra de la part du vent une impulsion NP de 54000 livres, parce qu'on sçait par experience que le vent fait un effort capable de soutenir environ 6 livres, lorsqu'il choque perpendiculairement, avec une vîtesse respective de 50 pieds par seconde, une surface d'un pied en quarré. Cette impulsion NP du vent étant ainsi

découverte nous aurons recours à la proportion indiquée dans l'article VI. du Chapitre II. pour trouver l'effort composé NT; le ſinus de l'angle PTN égal à l'angle TNR eſt à l'impulſion NP comme le ſinus de l'angle TPN égal à l'angle RNS eſt à cet effort NT; c'eſt-à-dire qu'icy où l'axe DH du choc de l'eau fait avec la direction SK de la voile, un angle RNS de 48 $\frac{1}{3}$ degr. & avec la verticale VT un angle TNR de 41 $\frac{2}{3}$ degr. nous aurons cette analogie : le ſinus 66480 de l'angle PTN de 41 $\frac{2}{3}$ degr. eſt à l'impulſion NP de 54000 livres comme le ſinus 74703 de l'angle TPN de 48 $\frac{1}{3}$ degr. eſt à 60678 livres pour l'effort NT. Si bien que les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë ne ſe réduiſent qu'à cela, parce que tout le reſte de leur force ſe détruit mutuellement. Et enfin puiſqu'il y a même rapport de la partie non-ſubmergée de la carene à l'effort NT que de toute la carene à la peſanteur du Vaiſſeau, il eſt évident que nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion, la peſanteur 1420992 livres de tout le Vaiſſeau eſt à la ſolidité 19736 pieds cubiques de la carene entiere; ainſi l'effort composé NT de 60678 livres ſera à 842 $\frac{3}{4}$ pour la ſolidité de la partie non-ſubmergée de la carene; c'eſt-à-dire donc, que notre Navire enfoncera moins dans l'eau lorſqu'il ſera ſous voile que lorſqu'il ſera en repos, de 842 $\frac{3}{4}$ pieds cubes. Fig. 5.

Mais on peut parvenir au même but ſans qu'il ſoit néceſſaire de connoître la peſanteur du Vaiſſeau ni la ſolidité de ſa carene; il ſuffit qu'on ſçache la grandeur de l'effort NT. Car de ce que le Navire eſt tiré en haut avec une force de 60678 livres, il s'enſuit que la pouſſée verticale de l'eau ne doit plus ſoutenir toute ſa peſanteur & qu'elle doit être plus petite de 60678 livres : mais afin que la pouſſée de l'eau ſoit effectivement moindre de 60678 liv. il faut qu'il s'en manque le volume de 60678 livres d'eau que le Navire occupe autant de place dans la mer, puiſque les pouſſées d'une liqueur ſont toujours égales aux peſanteurs des maſſes de cette liqueur qui ont cedé leur pla-

Fig. 5. ce. Ainsi il n'y a qu'à diviser 60678 par 72 pour sçavoir combien 60678 livres d'eau valent de pieds cubiques, & le quotient 842 $\frac{3}{4}$ marquera en même-tems la solidité de la partie non-submergée de la carene, la quantité dont le Navire doit sortir de l'eau par l'action de l'effort NT.

IV.

Sçachant que la partie non-submergée est de 842 $\frac{3}{4}$ pieds cubes, il sera facile d'en trouver l'épaisseur. Cette partie est un corps plat dont la hauteur est par tout la même, puisque le Navire de la Figure 5 ne doit point perdre sa situation horisontale; & la solidité d'un pareil corps est le produit de sa hauteur par l'étenduë de sa base, qui n'est autre chose que la coupe du Navire faite au raz de la mer. C'est pourquoi il faut mesurer l'étenduë de cette base dans l'endroit où le Navire sort de l'eau; on la trouvera de 3258 pieds quarrez; & divisant la solidité 843 pieds cubes par cette étenduë 3258 pieds quarrez, on aura $\frac{843^{mes}}{3258}$ d'un pied pour l'épaisseur requise de la partie non-submergée; de sorte que le Navire proposé doit s'élever de l'eau d'environ 3 pouces de hauteur verticale. Ce Navire ne doit s'élever que de cette quantité, quoique nous lui ayons donné une voile d'une fort grande étenduë, & que nous ayons supposé un vent fort rapide.

CHAPITRE V.

De l'inclinaison ou de la situation à laquelle le Vaisseau doit s'arrêter.

I.

LE second effet que peut produire l'effort NT est de faire perdre au Navire sa situation horisontale; & c'est ce

qui n'arrive que parce qu'après que le Navire s'eſt élevé de l'eau, la direction VT de l'effort NT ou celle ΓZ de la pouſſée verticale de l'eau ne paſſe pas par le centre de gravité G. Le Navire, par exemple, de la Figure 1 a enfoncé ſa prouë dans l'eau, & celui de la Figure 3 ſa poupe, à cauſe que l'effort NT n'étoit pas appliqué au centre de gravité G, & il eſt ſenſible que l'enfoncement a dû continuer tant que la pouſſée de l'eau qui agit de bas en haut ſelon ΓZ, n'a pas eu autant de force pour élever la prouë ou la poupe que l'effort NT en a pour la faire caler davantage. C'eſt ce qui nous fait aſſurer *qu'un Navire ne peut conſerver une certaine ſituation pendant ſa route, que lorſqu'il y a équilibre de part & d'autre de ſon centre de gravité* G, *entre la pouſſée verticale de l'eau qui ſe réunit dans le centre de gravité* Γ *de la partie ſubmergée a*EF*b*, *& entre l'effort composé* NT *des chocs du vent & de l'eau joints ſur la direction verticale* VT. Cet équilibre doit avoir néceſſairement lieu dans tous les cas imaginables, & s'étendre aux Vaiſſeaux de toutes ſortes de fabriques.

II.

Et ſi le Vaiſſeau s'inclinant de plus en plus, l'équilibre dont nous parlons ne ſe trouvoit pas, il n'y auroit point alors de ſalut, on feroit *capot*, comme cela n'arrive que trop dans les routes obliques. Pour peu que les chocs du vent ſur la voile & de l'eau ſur le flanc du Navire qui ſert de prouë ſoient trop grands, le Navire [Figure *6*] eſt tiré en haut ſelon VT avec une grande force & s'incline comme il eſt évident. Mais il porte quelquefois l'inclinaiſon juſqu'à recevoir de l'eau par ſur ſon bord, & cependant la pouſſée verticale de l'eau réunie en Γ n'eſt pas aſſez forte pour s'oppoſer aux chocs du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë, qui travaillent à augmenter l'inclinaiſon en tirant enſemble ſelon VT; c'eſt-à-dire, que l'effort composé NT a toujours un trop grand moment par

Fig. *6.*

Fig. 6. rapport à la pouſſée de l'eau. Dans ce cas le péril eſt inévitable & on verſe infailliblement. Mais pour l'ordinaire il n'y a pas lieu de craindre cet accident dans la route directe, ou lorſqu'on ſingle vent en poupe; car il ſuffit que le Navire s'incline un peu ſelon ſa longueur pour que le centre Γ de la pouſſée de l'eau s'écarte beaucoup du centre de gravité G du Navire, & pour que cette pouſſée agiſſe avec une grande force relative. Il eſt même poſſible qu'un Vaiſſeau ait un certain terme, un *non plus ultrà* qu'il ne puiſſe jamais paſſer dans ſon inclinaiſon vers l'avant ni vers l'arriere: & cela parce que, ſi l'effort composé NT tire en haut avec plus de force, ſi le Navire ſort un peu de la mer, & que la pouſſée de l'eau devienne un peu plus petite, il peut arriver d'un autre côté que le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée change de place & s'éloigne conſidérablement du centre de gravité G; ce qui peut rendre la pouſſée de l'eau, malgré la diminution de ſa force abſoluë, capable d'empêcher un plus grand enfoncement de la prouë ou de la poupe.

III.

Les Conſtructeurs ont découvert à force de tentatives le moyen de remedier au défaut des Navires qui comme celui de la Figure 6, ne portent pas bien la voile dans les routes obliques: ils ont trouvé qu'il n'y a qu'à élargir ou ouvrir un peu l'angle aEb que font les deux flancs Ea, Eb; ce qui ſe fait en ajoutant de part & d'autre quelques pieces de bois au haut de la carene. Quoique cette pratique ſoit fort ordinaire dans tous nos Ports, perſonne, ce ſemble, n'en a donné une raiſon diſtincte: mais il eſt évident, ſi on ſuit nos principes, que deux choſes contribuënt alors à faire que le Vaiſſeau s'incline moins. Comme le flanc Ea eſt enſuite moins à plomb, la direction DH du choc de l'eau approche plus d'être verticale. Ainſi elle rencontre la direction SK de la voile en quelque point qui

qui eſt entre N & I, & cela fait que la direction compoſée VT étant moins éloignée du centre de gravité G du Vaiſſeau, l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent tend avec moins de force à produire l'inclinaiſon. Et outre cela la pouſſée verticale de l'eau réunie en I tend avec plus de force à relever le Navire, & à le remettre de niveau : parce que le flanc E*a* étant plus enflé ou plus *ſoufflé*, pour parler en terme de marine, le centre de gravité I dans lequel ſe réunit la pouſſée de l'eau ſe trouve plus éloigné du centre de gravité G, qui ſert d'hypomoclion ou de point fixe. On pourroit icy faire pluſieurs autres ſemblables réflexions; comme, par exemple, qu'il eſt toujours avantageux pour la ſûreté de la navigation que le centre de gravité G ſoit fort bas, parce que la pouſſée verticale de l'eau réunie en I fait plus d'effet pour relever le Vaiſſeau lorſque ſon centre de gravité eſt en *g*, que lorſqu'il eſt en G; puiſque cette pouſſée ſe trouve alors appliquée à une plus grande diſtance du point fixe ou du centre de gravité *g*. Ces remarques qu'on paſſe, parce qu'elles ne ſont pas abſolument néceſſaires à ce ſujet, & qu'elles ſont faciles à faire, ſeront toujours conformes à l'expérience, & très-propres à convaincre le Lecteur que c'eſt l'équilibre de part & d'autre du centre de gravité G, entre la pouſſée verticale de l'eau, & l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau réunis ſur leur direction commune ou composée VT, qui eſt la loy génerale que les Vaiſſeaux obſervent dans toutes leurs ſituations. Fig. 6.

IV.

On pourroit cependant encore propoſer pour régle que les *Navires qui ſont à la voile ne doivent reſter dans un état conſtant que lorſque la direction composée* QX *de celle* IZ *de la pouſſée de l'eau & de celle* VT *de l'effort mutuel* NT *des chocs de l'eau & du vent paſſe par leur centre de gravité* G. Car on pourroit raiſonner de la mê- Fig. 1. 3. & 4.

me maniere ſur cette direction composée QX que nous le
Fig. 1, 3, 4, 6, & 8. faiſions dans le Chapitre III. ſur la direction mutuelle VT des chocs du vent & de l'eau ; avec cette différence que ce que nous diſions alors ne ſe pouvoit principalement entendre que des Navires dont la poupe & la prouë ſont égales, au lieu que ce que nous pourrions dire icy s'appliqueroit à toutes ſortes de Vaiſſeaux. Qu'on remarque donc qu'il n'y a que trois cauſes extérieures des différentes ſituations du Navire. 1°. L'impulſion du vent ſur la voile, ſelon la direction SK ; 2°. le choc de l'eau ſur la prouë ſelon la direction DH ; 3°. la pouſſée verticale de l'eau ſelon IZ. Et qu'on conſidére que ces trois cauſes agiſſent enſemble en tirant en haut ſelon la direction QX ; puiſque la pouſſée de l'eau agit ſelon IZ, que le choc de l'eau ſur la prouë & celui du vent ſur la voile ſe réduiſent au ſeul effort NT, & que QX eſt la direction composée de la pouſſée de l'eau & de l'effort NT. On conviendra enſuite que ſi la direction QX paſſe en avant du centre de gravité G, le Vaiſſeau relevera néceſſairement ſa prouë ; ſi la direction paſſe en arriére, le Navire la plongera ; & qu'enfin il ne doit reſter dans une certaine ſituation que lorſque la direction QX paſſe par le centre de gravité G ; parce que ce n'eſt qu'alors que toutes les puiſſances ne tendent qu'à le ſoulever. Mais il eſt clair que cette explication revient aiſément à la premiere. Deux forces ſont toujours en équilibre autour de tous les points de leur direction composée ; puiſqu'il ſuffit de mettre un obſtacle ſur cette direction pour ſuſpendre & arrêter l'effet total des deux forces. Et par conſéquent toutes les fois que la direction composée QX des deux IZ & VT paſſe par le centre de gravité G, il y a équilibre de part & d'autre de ce centre entre la pouſſée verticale de l'eau & l'effort composé NT des chocs de l'eau & du vent.

V.

Au ſurplus on n'avance rien touchant la ſituation des Navires que ce qu'on pourroit dire d'une piece de bois OF [Figure 7.] qui nageroit ſur la ſurface SR de l'eau, & qui ſeroit tirée en même-tems en l'air par une puiſſance T ſelon la direction verticale VN. Il eſt ſenſible que comme la puiſſance T ſoûtiendroit une partie de la peſanteur de la piece de bois OF, cette piece de bois ne s'enfonceroit pas tant dans l'eau, que ſi elle flottoit librement, & que ſi elle n'étoit point tirée en haut par la puiſſance T. Il eſt encore ſenſible que la piece de bois OF s'inclineroit ou changeroit d'état, juſqu'à ce qu'il y auroit équilibre de part & d'autre de ſon centre de gravité G, entre la puiſſance T & la pouſſée verticale de l'eau qui ſe réunit dans le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée *a*EF*b*: car la puiſſance T feroit incliner la piece de bois OF davantage, ſi elle n'étoit pas contrebalancée par la pouſſée verticale de l'eau qui ſe trouve ſituée de l'autre côté du centre de gravité G, & qui agit de bas en haut ſelon ΓZ. Enfin il eſt encore évident que la piece de bois ne s'arrêteroit à une certaine ſituation que lorſque la direction compoſée QX de la direction VN de la puiſſance T & de celle ΓZ de la pouſſée de l'eau paſſeroit par ſon centre de gravité G. Car la puiſſance T & la pouſſée de l'eau doivent ſoûtenir enſemble la peſanteur de la piece de bois, & il eſt ſenſible qu'elles ne feront directement oppoſées à cette peſanteur que lorſque leur effort commun ou leur direction compoſée QX répondra au centre de gravité G. On voit donc que la piece de bois obſervera toujours dans ſes ſituations les mêmes loix que le Vaiſſeau, & que tout ce qui ſera vray pour l'un le ſera également pour l'autre. Auſſi n'y a-t-il aucune difference entre le cas de la piece de bois & celui du Vaiſſeau : ces deux cas ſont tout-à-fait ſemblables; parce que ſi la piece de bois eſt tirée en haut

Fig. 7.

par une ſeule puiſſance T, au lieu que le Vaiſſeau eſt expoſé à l'action de deux forces, au choc du vent & à celui de l'eau, il eſt conſtant par l'article V. du ſecond Chapitre que ces chocs du vent & de l'eau ne ſe réduiſent qu'à un ſeul effort ou qu'ils ne travaillent joints enſemble que comme une ſeule puiſſance, qui tireroit en haut ſelon la verticale qui paſſe par le concours de leurs directions particuliéres.

CHAPITRE VI.

Suite du Chapitre précedent & maxime de Mâture pour les Vaiſſeaux de toutes ſortes de fabriques.

I.

Fig. 8. Lorſque le leſt ou les marchandiſes ſont tellement diſpoſées dans le fond de cale que le centre de gravité du tout, du Navire & de ſa charge eſt dans le même endroit que le centre de gravité G de l'eſpace qu'occupe la carene AEFB, on peut encore prendre pour regle que le Vaiſſeau ne changera point d'état auſſi-tôt que la verticale VNT ſur laquelle les impulſions du vent & de l'eau s'exercent à tirer en haut, paſſera par le centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée A*ab*B de la carene. C'eſt ce qui eſt facile à prouver.

Nous avons vû que la partie non-ſubmergée A*ab*B repreſente l'effort NT pendant que la partie ſubmergée *a*EF*b* repreſente la pouſſée verticale de l'eau: on ſçait outre cela que la pouſſée de l'eau ſe réunit toûjours, par la nature des liquides, dans le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée *a*EF*b*. Il eſt donc évident qu'auſſi-tôt que la verticale VNT ſera appliquée au centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée, la pouſſée de l'eau & l'effort NT agiront préciſément de la même maniére en tendant en haut que

les pesanteurs des deux parties *a*EF*b* & *a*AB*b* en tendant en bas. Et comme les pesanteurs de ces deux parties sont en équilibre autour du centre de gravité G de la carene, à cause que toutes les parties d'un corps sont en équilibre autour de son centre de gravité, il s'ensuit que la poussée de l'eau & l'effort composé NT seront aussi en équilibre autour de ce centre de gravité G qui l'est en même-tems de tout le Navire ; & qu'ainsi le Vaisseau conservera sa situation, selon la théorie expliquée dans le Chapitre précédent. Fig. 8.

Dans tout équilibre les puissances sont toujours en raison réciproque de leurs distances à l'hypomoclion: c'est-à-dire, qu'afin que l'effort composé NT soit icy en équilibre avec la poussée de l'eau, il faut que la distance du centre de gravité G à la verticale VNT sur laquelle agit l'effort NT soit à la distance du même centre G à la direction ΓZ de la poussée de l'eau, comme cette poussée est à l'effort NT. Or c'est ce qui se trouve aussi toujours en effet, lorsque la verticale VNT répond au centre de gravité γ de la partie non-submergée A*a*B*b*. Ces deux forces, la poussée de l'eau & l'effort NT se peuvent alors comparer en tout aux pesanteurs des deux parties *a*EF*b* & A*ab*B ; elles sont proportionelles à ces pesanteurs ; elles agissent sur les mêmes directions : & ainsi, puisque les pesanteurs des deux parties *a*EF*b* & A*ab*B sont en raison réciproque des distances de leurs centres particuliers Γ & γ ou de celles de leurs directions au centre G de la carene, à cause de leur équilibre autour de ce centre qui est leur centre de gravité commun ; il est sensible que la poussée de l'eau & l'effort NT seront aussi en raison réciproque des distances de leurs directions ΓZ & VNT au centre G. D'où il suit qu'aussi-tôt que la verticale VNT passe par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B de la carene qui est hors de l'eau, il ne manque plus rien au Navire pour rester constamment dans le même état, sinon que son centre de gravité soit au même endroit que celui G de la carene ;

afin que la pouſſée de l'eau & l'effort composé NT qui ſont en équilibre autour du centre de gravité de la carene, le ſoient en même-tems autour du centre de gravité G du Navire.

II.

Mais ce qui n'a lieu que dans certains Vaiſſeaux pour toutes les ſituations, convient à tous les Vaiſſeaux lorſqu'il ne s'agit que de ſituations horiſontales ou de ſituations paralelles à celle que le Navire prend de lui-même lorſqu'il eſt en repos ; & cela peut nous ſervir à déterminer généralement la véritable diſpoſition de la Mâture. Il n'importe en effet comment ſoit arrangée la charge du Navire
Fig. 9. OC [Fig. 9.] ni que le centre de gravité G du tout ſoit au même endroit que celui g de la carene AEFB : dès-lorſque la direction composée VT des chocs de l'eau & du vent paſſe par le centre de gravité γ de la partie AabB de la carene qui eſt hors de l'eau, il y a toujours équilibre, comme nous venons de le voir, de part & d'autre du centre de gravité g de la carene entre l'effort composé NT & la pouſſée verticale de l'eau. Mais puiſque ces deux puiſſances ſont en équilibre autour du centre de gravité g de la carene, elles le ſeront auſſi autour du centre de gravité G du Vaiſſeau ; car tant que le Navire reſte dans ſa ſituation horiſontale, ſon centre G répond exactement au-deſſus ou au-deſſous de celui g de la carene ſelon l'article I. du Chapitre IV ; & on ſçait d'ailleurs que les forces verticales qui ſont en équilibre autour d'un certain point, le ſont également autour de tous les autres points qui ſont exactement au-deſſus ou au-deſſous dans la même verticale. Voilà ce qui montre que le Vaiſſeau placé une fois horiſontalement ne ſortira point de cet état : mais nous pouvons prouver encore qu'il n'eſt pas poſſible qu'il reſte dans quelqu'autre ſituation. Suppoſons-le pour un moment panché, par exemple, vers la prouë. Le centre de gravité Γ de la partie ſubmergée aEFb dans lequel ſe réu-

nit la poussée de l'eau sera alors plus avancé vers l'avant, & plus éloigné du centre de gravité G qui sert d'hypomoclion; au lieu que la direction verticale VT sur laquelle agit l'effort NT sera toujours à peu-près dans la même place, à moins qu'elle ne se trouve un peu plus proche du centre G. Or il suit de là que l'équilibre ne subsistera plus entre l'effort NT & la poussée verticale de l'eau, & que cette derniere puissance aura trop de moment ou de force relative par rapport à l'effort NT, parce qu'elle se trouvera appliquée à une trop grande distance du centre G. Ainsi cette même puissance ne pourra pas manquer de rétablir sa situation horisontale; elle élevera infailliblement la prouë que nous avions supposé trop enfoncée dans l'eau. Fig. 9.

III.

Ce ne seroit pas la même chose si la Mâture étant plus ou moins élevée, la direction SK de la voile rencontroit la direction DH du choc de l'eau sur la prouë en quelque point au-dessus ou au-dessous de N. Car la verticale VT passeroit en arriere ou en avant du centre de gravité γ, & puisque l'effort composé NT est en équilibre avec la poussée de l'eau lorsque la verticale VT se rend en γ, il est clair qu'aussi-tôt que cette même verticale passera en dedans de γ, c'est-à-dire, entre γ & G, l'effort NT ne fera plus assez d'effet, à cause de son trop peu de distance au point d'appuy G, pour entretenir l'équilibre: & qu'au contraire il en fera trop si la verticale VT passe en dehors de γ. D'où il suit que le Navire perdra sa situation horisontale dans ces deux circonstances, il s'inclinera du côté le plus foible, & l'inclinaison sera d'autant plus grande qu'il s'en faudra davantage que la verticale VT ne se rende en γ, parce qu'il s'en faudra aussi davantage qu'il n'y ait équilibre & égalité de momens. C'est donc une proposition generale *qu'un Navire ne peut rester de niveau que lorsque la verticale* VNT *sur laquelle les chocs de*

Fig. 9. *l'eau & du vent se réunissent, passe par le centre de gravité γ de la partie non-submergée de la carene* : & ainsi dans la résolution où nous sommes de ménager aux Vaisseaux de toutes sortes de figures, les mêmes avantages qu'à ceux dont la poupe & la prouë sont égales, nous devons éviter les deux dispositions où la Mâture est trop haute ou trop basse, pour ne nous rapporter qu'à celle qui fait passer la verticale VNT par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B. Le Vaisseau ne s'inclinera ensuite d'aucun côté, & nous serons à couvert de tous les accidens que l'on craint ordinairement en mer.

IV.

Il se presente cependant une difficulté ; il ne paroît pas que la plûpart des Vaisseaux soient propres à recevoir la bonne disposition de la Mâture. Car à mesure que les Navires s'élevent de l'eau ou s'y enfoncent, la poussée verticale de l'eau augmente ou diminuë, & elle se trouve encore appliquée à différentes distances de l'hypomoclion ou du centre de gravité G du Vaisseau ; parce que le centre de gravité Γ de la partie submergée *a*EF*b* dans lequel elle se réunit, change de place. Or afin que l'effort composé NT fît continuellement équilibre avec cette poussée dont l'action est ainsi variable, il faudroit, comme nous venons de le voir, que la verticale VNT se rendît toujours au centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B de la carene, & c'est justement ce qui ne peut arriver que par un grand hazard dans les Vaisseaux construits sur les proportions ordinaires. On peut bien donner une certaine situation à la voile telle que VT passe presentement par le centre de gravité γ de la partie A*ab*B ; mais si le vent vient à augmenter ou à diminuer, le Vaisseau étant tiré plus ou moins selon VT par les chocs de l'eau & du vent, sortira plus ou moins de l'eau, & selon toutes les apparences, la verticale VT ne passera plus par le centre de gravité

vité γ de la partie de la carene qui sera hors de l'eau: car la verticale VT & le centre γ changeront de place & ils ne seront pas sujets aux mêmes changemens. VT qui est la direction composée des deux SK & DH reçoit son changement de DH, qui reçoit le sien de ce que l'eau ne frappe pas sur les mêmes parties de la prouë lorsque le Navire est plus ou moins enfoncé: & le centre de gravité γ change simplement; parce que la partie de la carene qui est hors de l'eau n'est pas toujours la même. Ainsi il est clair que si on vouloit remplir scrupuleusement les conditions d'une Mâture parfaite, on seroit obligé de toucher à la carene pour en regler * la figure & l'accommoder sur celle de la prouë.

Fig 9.

* Voyez le dernier Chap. de la seconde Section.

V.

Mais la difficulté s'évanouit aussi-tôt qu'on consulte l'expérience ou qu'on se rappelle le calcul du Chapitre IV. car on voit que l'effort NT ne fait jamais sortir de l'eau qu'une partie presque insensible A*ab*B de la carene, une partie qui n'a jamais que 3 ou 4 pouces d'épaisseur. Pendant que la poupe, par exemple, s'éleve de l'eau d'une certaine quantité dans les Navires dont la Mâture est imparfaite; d'un autre côté la prouë se plonge dans l'eau d'une quantité presque égale, & de cette sorte les Navires occupent toujours à peu près le même espace dans la mer. Cela supposé, la direction DH du choc de l'eau ne doit pas souffrir de grands changemens, & il suffit de faire passer la verticale VNT par le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire prise à fleur d'eau, pour qu'elle passe sensiblement par le centre de gravité γ de la partie non-submergée A*ab*B & pour que la Mâture soit bien disposée. Car, puisque les Navires s'élevent si peu de l'eau lorsque le vent a le plus de force, on peut regarder la partie non-submergée de leur carene comme une simple surface, ou comme une tranche sans aucune épaisseur, & il ne doit

Fig. 9. y avoir aucune différence ſenſible entre le centre de gravité de cette tranche & celui γ de la partie *Aab*B de la carene qui ſort effectivement de l'eau.

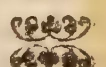
Maxime de Mâture pour les Vaiſſeaux de toutes ſortes de fabriques.

Ainſi voicy à quoi ſe réduit la bonne Mâture dans tous les Vaiſſeaux, & on ſera maintenant diſpenſé d'examiner ſi leur poupe & leur prouë ſont égales. *C'eſt de faire en ſorte que le point* N *où la direction* SK *de la voile rencontre la direction* DH *du choc de l'eau ſur la prouë, réponde exactement au-deſſus du centre de gravité de la coupe du Navire priſe à fleur d'eau*, ou ce qui revient au même, *c'eſt de faire paſſer la direction* SK *de la voile par le point de concours* N *de la direction* DH *du choc de l'eau ſur la prouë, & de la verticale* VT *du centre de gravité de la coupe horiſontale du Navire faite au raz de la mer.* Car pour peu que la direction SK de la voile paſſeroit par-deſſus ou par-deſſous le point N, elle rencontreroit DH en un point plus avancé vers la poupe ou vers la prouë, & les chocs du vent & de l'eau ne ſe réuniroient plus dans la verticale VT du centre de gravité γ; ils ſe réuniroient ſur une direction verticale qui paſſeroit en arriere ou en avant de ce centre, & cela romproit tout l'équilibre dont nous avons beſoin. Le Navire s'inclineroit, comme on le ſçait, vers la prouë ou vers la poupe, & l'inclinaiſon pourroit être exceſſive, parce qu'elle dépend des forces relatives de la pouſſée de l'eau & de l'effort compoſé NT; forces relatives qui peuvent être fort grandes, lorſque même la force abſoluë de ces deux puiſſances eſt fort petite. Suivant notre maxime nous avons deux choſes à trouver pour pouvoir déterminer la diſpoſition parfaite de la Mâture. 1°. Le centre de gravité de la premiere tranche horiſontale de la carene & ſa verticale VT. 2°. La direction DH du choc de l'eau ſur la prouë. Et l'interſection de ces deux lignes ſera le *point vélique* par lequel il ne reſtera plus qu'à faire paſſer la direction DH du choc du vent ſur la voile.

Fig. 9.

V I.

On n'a point osé jusques icy donner une grande étenduë aux voiles, parce que comme il n'y avoit pas de moyen sûr pour en déterminer la situation, on a toujours eu lieu d'apprehender que le Vaisseau ne fût sujet à une inclinaison considérable. Mais nous pouvons maintenant augmenter la grandeur des voiles sans rien craindre de la plus grande violence du vent. Car quelque puissance qu'ait ensuite l'effort composé NT, il ne fera que soulever une plus grande partie A*ab*B de la carene, une partie qui aura peut-être 6 pouces d'épaisseur; mais comme toutes les coupes horisontales de la carene qu'on peut concevoir dans une épaisseur non-seulement de 6 pouces, mais même d'un pied, doivent être sensiblement des figures semblables, & avoir toutes leur centre de gravité au-dessous les unes des autres dans la même verticale; c'est assez que la verticale VT sur laquelle agit l'effort composé NT des chocs du vent & de l'eau, passe par le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, pour qu'elle passe aussi par le centre de gravité γ de la plus grande partie A*ab*B de la carene qui s'élevera de l'eau. Or c'est-là selon les articles II. & III. de ce Chapitre la seule condition qui caracterise la bonne Mâture; & ainsi on sera continuellement à couvert du péril, malgré la rapidité du sillage & la grande étenduë de la voile.



CHAPITRE VII.

Maniére de trouver la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.

I.

NOus nous dispenserons icy de traiter de la maniére de déterminer le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & de tracer sa verticale : mais quoique nous pourrions nous dispenser aussi de traiter de la maniére de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë, nous allons en parler dans ce Chapitre, afin de répandre un plus grand jour sur notre sujet. Un fluide qui choque perpendiculairement une superficie, agit dessus avec toute sa force absoluë : mais lorsqu'il vient la rencontrer obliquement, il ne lui en communique qu'une partie, qui est d'autant plus petite que l'obliqui-
Fig. 10. té est plus grande. Si, par exemple, [dans la Figure 10] AB represente une superficie exposée obliquement au cours d'un fluide dont CD est la direction ; & si CD represente l'espace que parcourt une molécule C du fluide dans une seconde de tems, on ne peut pas dire que cette molécule C choque la superficie AB avec toute la vîtesse CD: car quoiqu'elle avance de tout CD dans une seconde, elle ne s'approche cependant de la superficie AB, que de la quantité CE perpendiculaire à la superficie ; ainsi c'est CE qui doit exprimer le choc de chaque molécule, & non pas CD. Or CD étant prise pour rayon, CE sera le sinus de l'angle CDA. Il s'ensuit donc que les impressions des particules d'un fluide dépendent des sinus des *angles d'incidence* CDA formez par la direction du fluide & par la superficie : de sorte que si le *sinus d'incidence* est double ou triple, l'impulsion que fera chaque molécule sera aussi double ou triple.

Fig. 10.

II.

Puiſque les molécules du fluide n'agiſſent ſur la ſuperficie que ſelon le ſens perpendiculaire CE ſuivant lequel elles s'en approchent, il eſt évident que le fluide ne doit auſſi pouſſer la ſuperficie que perpendiculairement. C'eſt pourquoi, lorſqu'il s'agira de trouver l'axe de l'impulſion d'un fluide ſur une ſuperficie AB, il n'y aura qu'à lui élever une perpendiculaire DH en ſon milieu D. Cela ſuffira pour les challans, & pour toutes les eſpeces de Navires dont la prouë eſt formée par une ſeule ſurface plane inclinée en avant.

III.

Et quant à nos Vaiſſeaux de mer dont les prouës ſont terminées par des ſurfaces courbes, on les diviſera en un ſi grand nombre de parties, qu'on pourra prendre ces parties pour des ſurfaces planes. On cherchera l'axe de l'impulſion que reçoit chaque de ces parties; & compoſant enſuite tous ces axes ou toutes ces directions (ſelon les loix de la compoſition des mouvemens) on trouvera enfin une ſeule direction équivalente à toutes les autres; & ce ſera l'axe de l'impulſion totale. Il eſt vrai qu'à prendre la choſe dans la rigueur, il faudroit que le nombre des parties dans leſquelles on diviſe la prouë fût infini, afin que ces parties fuſſent planes. Mais bien loin que cette condition nous doive faire craindre quelque mauvais ſuccès, c'eſt elle au contraire qui nous fait heureuſement réuſſir; parce que c'eſt elle qui nous donne occaſion d'y appliquer le calcul intégral. C'eſt ce qu'on va voir pour toutes les prouës faites en demi conoïde. Et, afin de n'être pas obligé de recommencer dans la ſuite une nouvelle recherche, nous allons ſuppoſer que le Navire ſe meut obliquement par rapport à ſa quille.

IV.

Fig. 11. 12. Que BADE [Fig. 11, & 12.] soit le demi conoïde qui sert de prouë, formé par la révolution de la ligne courbe AD autour de son axe AC ; nous diviserons la superficie de la prouë en une infinité de zones, comme DdEBd par des circonferences de cercles DEB, dEb qui ont les differentes ordonnées du conoïde pour rayons ; & nous diviserons ces circonferences en une infinité de petites parties comme Ff. Ces divisions faites à l'infini seront cause que chaque petite partie Ff pourra être considerée comme une ligne droite, & que cherchant l'impulsion que cette partie Ff ressent de la part de l'eau, il sera facile de trouver l'impulsion que doit recevoir la demie circonférence entiére DEB. Car de même que les Ff sont les élemens de la demie circonférence, de même aussi les petites impulsions que reçoivent les Ff sont les élemens de l'impulsion entiere que reçoit la demie circonférence DEB; & il suffira par consequent d'intégrer les impulsions sur Ff ou d'en prendre la somme infinie pour trouver l'impulsion sur DEB. Après cela nous multiplierons l'impulsion sur DEB par dD ; le produit nous donnera, comme il est évident, l'impulsion de l'eau sur la zone dDEbB, puisque dD en est la largeur. Mais puisque cette impulsion sur la zone est aussi l'élement de l'impulsion que supporte la prouë entiere, nous n'aurons qu'à intégrer une seconde fois pour trouver l'impulsion totale. Et cette impulsion trouvée, nous en chercherons l'axe en employant le principe ordinaire de statique.

V.

Pour exécuter tout cela, je méne de chaque point F une ligne horisontale FI qui est le sinus de l'arc FE ; une verticale FH qui est sinus de l'arc de complement FD ; un

rayon FC au centre C de la zone, & une paralelle FL à l'axe AC; & j'éleve ensuite de chaque point F une perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Toutes ces perpendiculaires sont égales dans la même zone dEb,& se rencontrent toutes au même point G de l'axe, comme il est évident. On peut les considerer comme des diagonales d'un solide rectangle qui auroit IC pour hauteur & pour base le plan horisontal IFLO dans lequel est la direction FK du liquide. Cette direction est située obliquement, parce qu'elle est, à proprement parler, la direction du Vaisseau même auquel nous faisons prendre icy une route oblique, afin de rendre nos formules plus générales. La route ou la direction FK fait avec FL paralelle à l'axe AG, un angle KFL qui est le même dans tous les points F, parce qu'il est toujours égal à l'angle que fait la route du Vaisseau avec sa quille, qu'on appelle ordinairement *angle de la dérive.* Fig. 11. & 12.

VI.

Pour venir à la mesure de l'angle d'incidence duquel dépend chaque impulsion, je remarque qu'il est le complement de l'angle GFK que fait la direction FK avec la perpendiculaire FG à la superficie du conoïde. Cela est sensible, parce que l'angle d'incidence est formé par la direction FK & la superficie du conoïde, & que FG est perpendiculaire à cette superficie. Ainsi si, du point G rencontre de FG & de l'axe AC, nous abaissons une perpendiculai- GN sur la direction FK, l'angle FGN sera égal à celui d'incidence, & dans le triangle rectangle FGN l'hypoténuse FG representant le sinus total, le côté FN sera le sinus de l'incidence de l'eau sur l'endroit F de la superficie du conoïde. Mais on peut déterminer ce sinus d'une maniere bien plus commode pour fournir une expression. C'est d'abaisser du point O la perpendiculaire ON sur la direction FK, & le point N de rencontre sera le même que si la perpendiculaire sortoit du point G. Pour s'en con-

Fig. 11. & 12. vaincre, il suffit de faire attention que comme la ligne GO est perpendiculaire au plan IL, tous les triangles GON qu'on peut former par la verticale GO qui sert de côté commun à tous, & par des lignes ON & GN qui concourent il n'importe en quel point N de la direction FK, sont rectangles en O : ainsi aussi-tôt qu'on aura trouvé l'hypoténuse GN la plus courte, ce qui n'arrivera que lorsqu'elle sera perpendiculaire à FK, on aura aussi trouvé la ligne la plus courte ON. D'où il suit que toutes les fois que GN est perpendiculaire à la direction FK, la ligne ON est aussi perpendiculaire à cette direction, & ainsi ON peut servir également à limiter la longueur du sinus d'incidence FN.

VII.

Si nous portons maintenant sur la paralelle FL à l'axe la grandeur FY $= b$, & que du point Y abaissant la perpendiculaire YK sur la direction, elle se trouve égale à m & fasse FK $= n$: si deplus nous nommons r le rayon CD du cercle DEB & q le quart DFE de sa circonference ; s la souperpendiculaire CG ; p la perpendiculaire FG, & qu'enfin LO $=$ FI soit appellé z ; il sera facile de trouver la valeur du sinus FN. Car en menant LM perpendiculaire à la direction, nous aurons FY $= b$ | FK $= n$ || FL $=$ CG $= s$ | FM $= \frac{ns}{b}$; & du point O conduisant OZ paralelle à la direction jusqu'à ce qu'elle rencontre LM prolongée, on formera le triangle LZO semblable au triangle FKY, parce que l'angle FLO étant droit, l'angle ZLO est le complement de FLM, & partant égal à l'angle KFY, & de plus les deux triangles sont rectangles en Z & en K. Or cette ressemblance nous donne cette proportion, FY $= b$ | YK $= m$ || LO $= z =$ FI | ZO $= \frac{mz}{b}$. Et comme ZO $=$ MN, parce que la figure ZN est un rectangle par

par la construction, il s'ensuit que MN $=\frac{mz}{h}$ & par consequent FN $=$ FM $+$ MN $=\frac{ns+mz}{h}$. Mais c'est lorsque le point F est du côté de la *dérive* comme dans la Figure 11. Car s'il étoit placé de l'autre côté, il faudroit retrancher, comme on le voit dans la Figure 12, la partie MN de FM & on trouveroit alors $\frac{ns-mz}{h}$ pour FN, de sorte que pour satisfaire aux deux cas, nous n'avons qu'à dire que FN est exprimé par $\frac{ns\pm mz}{h}$. Et comme cette ligne FN n'est sinus de l'angle d'incidence du liquide sur le point F de la prouë que lorsque FG $=p$ represente le sinus total, il est évident que prenant dans la suite la constante n pour le sinus total au lieu de FG, on trouvera que $\frac{n^2s\pm nmz}{hp}$ exprime le sinus d'incidence, parce que $p \mid \frac{ns\pm mz}{h} \mid\mid n \mid \frac{n^2s\pm nmz}{hp}$ & $\frac{n^4s^2\pm 2n^3msz+n^2m^2z^2}{h^2p^2}$ sera le quarré de ce sinus. Fig. 11, & 12.

VIII.

Nommant donc, du, la petite particule Ff du quart de cercle DFE, nous aurons $\frac{n^4s^2\pm 2n^3msz+n^2m^2z^2}{h^2p^2}\times du$, pour l'impression entiere que reçoit Ff selon la direction perpendiculaire FG. Je multiplie du par le quarré sinus d'incidence $\frac{n^2s\pm nmz}{hp}$, quoique les impressions que fait une particule du liquide suivent le rapport du sinus d'incidence : parce que la multitude des particules ou goutes d'eau qui viennent frapper E$f=du$, change aussi selon le sinus d'incidence ; ce qui doit faire suivre aux impulsions totales que les goutes d'eau forment ensemble, le rapport des quarrez des sinus d'incidence. C'est-à-dire, si le sinus d'incidence devient double, qu'outre que chaque parti-

Fig. 11, & 12. cule du liquide fera une impreſſion double, comme on l'a montré cy-deſſus dans le premier article de ce Chapitre, il y aura encore deux fois autant de particules qui contribueront à l'impreſſion totale, parce que la ſurface ſera deux fois plus expoſée au cours du liquide : d'où il ſuit que l'impulſion entiere ſera quadruple & aura augmenté comme le quarré du ſinus d'incidence.

IX.

Mais cette impreſſion $\frac{n^4s^2 \pm 2n^3msz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du$ que ſupporte $Ff = du$ ſelon la direction FG, peut ſe diviſer en trois déterminations différentes : la premiere eſt parallelle à l'axe du conoïde ſelon FL, & nous l'appellerons *directe* ; la deuxiéme eſt horiſontale & perpendiculaire à l'axe ſelon FI, & on peut l'appeller *latérale* ; & enfin la troiſiéme eſt *verticale* ſelon FH. Ou bien on peut diviſer l'impulſion abſoluë qui agit ſelon FG en deux déterminations ; l'une ſelon l'axe CG, l'autre ſelon le rayon ou la perpendiculaire FC à l'axe, & cette ſeconde détermination ſe ſubdiviſera en deux autres ſelon FI & FH, ce qui donne encore les trois déterminations ſimples FL, FI, FH équivalentes enſemble à la ſeule FG. On peut auſſi trouver facilement les trois forces qui agiſſent ſelon ces trois ſens, puiſqu'elles ſont exprimées par les trois lignes FL, FI, FH, lorſque FG repreſente l'impreſſion abſoluë. Ainſi $FG = p \mid FL = s \parallel \frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du \mid \ldots\ldots \frac{n^4s^3 \pm 2mn^3s^2z + n^2m^2sz^2}{b^2p^3} \times du$ pour l'impulſion relative ſelon l'axe ; $FG = p \mid FI = z \parallel \frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du \mid \frac{n^4zs^2 \pm 2mn^3sz^2 + n^2m^2z^3}{b^2p^3} \times du$ pour l'impulſion horiſontale ſelon le ſens perpendiculaire à l'axe ; & enfin $FG = p \mid FH = \sqrt{r^2 - z^2} \parallel \frac{n^4s^2 \pm 2mn^3sz + n^2m^2z^2}{b^2p^2} \times du \mid \ldots\ldots$

$\frac{n^4 s^2 \pm 2mn^3 sz + n^2 m^2 z^2}{b^2 p^3} \times du \sqrt{r^2 - z^2}$ pour l'impulſion re- Fig. 11, & 12.
lative ſelon la détermination verticale.

X.

Je transforme ces trois impulſions, en ſubſtituant $\frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ à la place de du (parce que regardant FI $= z$ comme une quantité variable dont la différence eſt F$t = dz$ afin de l'accommoder à tous les points F du quart de cercle DFE ou EB, il vient à cauſe de la reſſemblance du grand triangle FCI & du petit fFt la proportion, CI $= \sqrt{r^2 - z^2}$ | FC $= r$ || F$t = dz$ | F$f = du = \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$.) La premiere impulſion ſe réduit à $\frac{n^4 s^3 rdz}{b^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3 rs^2 zdz}{b^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \ldots\ldots \frac{rn^2 m^2 sz^2 dz}{b^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$. La ſeconde à $\frac{n^4 rs^2 zdz}{b^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} \pm \frac{2mn^3 rsz^2 dz}{b^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}} + \frac{m^2 n^2 rz^3 dz}{b^2 p^3 \sqrt{r^2 - z^2}}$. Et la troiſiéme à $\frac{n^4 rs^2 dz}{b^2 p^3} \pm \frac{2mn^3 rszdz}{p^2 b^3} + \ldots\ldots \frac{n^2 m^2 rz^2 dz}{b^2 p^3}$. Et je conſidére enſuite que puiſque ces grandeurs expriment les impreſſions relatives faites en différens ſens ſur une petite particule Ff du quart de cercle DFE, les intégrales marqueront les efforts que reçoit le quart de cercle entier DFE, ou EB ſelon les mêmes déterminations : c'eſt-à-dire, que la lettre $\int$ marquant l'intégrale des grandeurs qu'elle précede, nous aurons $\frac{n^4 s^3}{b^2 p^3} \int \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}} \mp \frac{2mn^3 rs^2 \sqrt{r^2 - z^2}}{b^2 p^3} \pm \frac{2mn^3 r^2 s^2}{b^2 p^3} - \ldots\ldots\ldots \frac{n^2 m^2 rsz \sqrt{r^2 - z^2}}{2b^2 p^3} + \frac{n^2 m^2 r^2 s}{2b^2 p^3} \int \frac{rdz}{\sqrt{r^2 - z^2}}$ pour l'impulſion que reçoit chaque quart de cercle DFE ou quelqu'un de ſes arcs EF ſelon la détermination paralelle à l'axe ; & intégrant les deux autres impulſions que reçoit le même element Ff de la circonférence, on trouve que la ſeconde

Fig. 11. & 12 impulsion c'eſt-à-dire, celle qui agit horiſontalement & perpendiculairement à l'axe, eſt $-\frac{n^4rs^2\sqrt{r^2-z^2}}{b^2p^3}+\frac{n^4r^2s^2}{b^2p^3}\mp\frac{mn^3rsz\sqrt{r^2-z^2}}{b^2p^3}\pm\frac{mn^3r^2s}{b^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}-\frac{n^2m^2rz^2\sqrt{r^2-z^2}}{3b^2p^3}-\frac{2n^2m^2r^3\sqrt{r^2-z^2}}{3b^2p^3}+\frac{2n^2m^2r^4}{3b^2p^3}$, & la troiſiéme impulſion qui eſt celle que reçoit le quart de cercle entier DFE ou quelqu'un de ſes arcs EF ſelon le ſens vertical, ſe trouve de $\frac{n^4rs^2z}{b^2p^3}\pm\frac{mn^3rsz^2}{b^2p^3}+\frac{n^2m^2rz^3}{3b^2p^3}$. Il faut remarquer qu'ayant ſuppoſé $z=o$, j'ay ajouté aux intégrales précédentes les quantitez qui leur manquoient, & qu'ainſi elles ſont completes.

XI.

Mais puiſque nous ſuppoſons icy que le demi conoïde eſt entiérement ſubmergé, nous pouvons introduire r à la place de z dans les valeurs précédentes, & q à la place de $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$; parce que dans ce cas, le ſinus z ſe confond avec le rayon CD $=r$, & l'arc EF qui eſt égal à $\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$, puiſque $\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}=du=$ Ff, devient alors ED ou EB $=q$ quart de toute la circonférence du cercle. Nous trouverons donc que la réſiſtance que reſſent chaque quart de cercle ſelon la détermination paralelle à l'axe eſt $\frac{n^4s^3q}{b^2p^3}\pm\frac{2mn^3r^2s^2}{b^2p^3}+\frac{n^2m^2r^2sq}{2b^2p^3}$, parce que tous les termes qui ſont multipliez par $\sqrt{r^2-z^2}=o$ deviennent nuls. Nous aurons auſſi pour la réſiſtance dans le ſens horiſontal & perpendiculaire à l'axe $\frac{n^4r^2s^2}{b^2p^3}\pm\frac{mn^3r^2sq}{b^2p^3}+\frac{2n^2m^2r^4}{3b^2p^3}$; & enfin pour celle qui agit dans le ſens vertical $\frac{n^4s^2r^2}{b^2p^3}\pm\frac{mn^3r^3s}{b^2p^3}+\frac{n^2m^2r^4}{3b^2p^3}$.

Il eſt vrai que ſi ces expreſſions marquent infailliblement l'impulſion du fluide pour la moitié de la prouë qui eſt du côté de la dérive, il n'eſt pas sûr qu'elles le faſſent toujours pour l'autre moitié. Car on voit dans la Figure 13, où les lignes KB, KF, K*f* repreſentent des directions paralelles du liquide, que pendant que la moitié de la prouë du côté de AB eſt toute choquée par l'eau, l'impulſion ne ſe fait reſſentir de l'autre côté que ſur la partie EAF*f* terminée par les points F, *f*, où les directions KF, K*f* du liquide ſont tangentes à la ſuperficie de la prouë. Mais on peut non-ſeulement répondre que ce cas doit être aſſez extraordinaire dans la pratique, parce que l'obliquité de la route par rapport à la quille eſt ordinairement plus petite; mais encore que les formules qui donneront l'impulſion de l'eau comme ſi elle ſe faiſoit ſur toute la demie prouë ADE, quoy qu'elle ne ſe faſſe effectivement que ſur A*ff*E ne ſeront jamais ſujettes à une erreur conſidérable, parce que la partie F*ff*D ſera toujours ſituée ſi obliquement, que l'eau ne pourroit faire que très-peu d'effet ſi elle la pouvoit rencontrer. Et enfin au lieu d'intégrer dans la Figure 12. les petites impulſions ſur F*f* juſqu'au point D, comme nous l'avons fait cy-devant, on pourroit bien ne les intégrer que juſqu'au point F où finit l'impulſion ſur le quart de cercle ED. Et on détermineroit ce point, en faiſant z ou FI égale à $\frac{ns}{m}$ ainſi que le démontreront aiſément ceux qui ſont un peu Géométres. Fig. 11, & 12.

XII.

Juſqu'icy les grandeurs r, s, p ont été conſtantes, parce que nous ne voulions examiner que chaque quart de cercle en particulier, & que le rayon CE, la ſoûpendiculaire CG & la perpendiculaire FG eſt la même pour tous les points F du même cercle. Mais comme nous voulons maintenant comparer les impreſſions de différens cercles &

Fig. 11, & 12. même de différentes zones, il nous faut mettre à la place de r les ordonnées comme CE de la ligne courbe AXE qui a formé le conoïde par ſa révolution. J'appelleray y ces ordonnées & x les abſciſſes correſpondantes comme AC: nous mettrons par conſéquent $\frac{qy}{r}$ à la place de q, parce que $\frac{qy}{r}$ eſt le quart de la circonférence du cercle dont y eſt le rayon puiſque $r \mid y \mid\mid q \mid \frac{qy}{r}$; & à la place de CG$=s$ & de FG$=p$ nous ſubſtituerons ces expreſſions $\frac{ydy}{dx}$ & $\frac{y\sqrt{dx^2+dy^2}}{dx}$ que nous fournit le calcul différentiel pour la ſoûperpendiculaire & la perpendiculaire. La premiere reſiſtance ſelon l'axe, $\frac{n^4s^3q}{b^2p^3} \pm \frac{2mn^3r^2s^2}{b^2p^3} + \frac{n^2m^2r^2sq}{2b^2p^3}$ ſe changera de cette maniére en $\frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2b^2r \times \overline{ax^2+dy^2}^{\frac{3}{2}}}$: la ſeconde réſiſtance ſelon la détermination horiſontale & perpendiculaire à l'axe ſe changera en $\frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydyax^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3b^2r \times \overline{dx^2+dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ & enfin la troiſiéme réſiſtance ſelon le ſens vertical en .... $\frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dy^2+dx^2}^{\frac{3}{2}}}$; de ſorte que voilà trois expreſſions en termes variables qui ſont générales pour tous les quarts de cercle tracez ſur la ſuperficie de la proüe & conſiderez ſans aucune largeur.

XIII.

Nous cherchons enſuite les réſiſtances que ſouffrent les zones mêmes dDEBb contenuës entre deux circonférences de cercles. Cela eſt facile; car puiſque nous avons déja découvert les différentes réſiſtances du quart de cercle DFE; il n'y a qu'à les multiplier par la largeur Dd qui eſt par tout la même, pour avoir les réſiſtances du quart de zone dDFE & ainſi de ſuite de toutes les autres. Or cette largeur dD de la zone, qui eſt une petite particule ou un élement de la ligne courbe qui a formé le conoïde

eſt toujours égale à $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ lorſque les ordonnées y ſont perpendiculaires à la ligne des abſciſſes x, comme on l'apprend par la conſidération des différentielles ; ainſi la réſiſtance ſelon l'axe que trouve le quart de zone dDFE ou EBb eſt $\frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; la réſiſtance horiſontale ſelon la perpendiculaire à l'axe eſt . . . , . $\frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2m^2n^2rydx^3}{3h^2r \times \overline{dy^2 + dx^2}}$, & la troiſiéme réſiſtance qui eſt celle que chaque côté de zone dDE ou EBb reſſent ſelon la détermination verticale eſt . . . . $\frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dy^2 + dx^2}}$. Voilà les expreſſions des trois impulſions & elles conviennent à toutes les zones. Fig. 11. & 12.

XIV.

Mais enfin, puiſque les réſiſtances que la prouë reſſent ſelon les trois différentes déterminations ſont compoſées des réſiſtances de toutes les zones comme dDFE, il eſt évident que ſi on intégre les trois expreſſions que nous avons découvert en dernier lieu, nous trouverons les trois réſiſtances ou impulſions entiéres que reçoit chaque quart du conoïde ou chaque moitié de la prouë de part & d'autre de l'axe ; parce que les réſiſtances des zones ſont les élemens des trois réſiſtances totales de même que les zones ſont les élemens de la ſuperficie de la prouë. Par conſequent $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ exprime l'impulſion directe ou l'impulſion que reçoit chaque moitié de la prouë de part & d'autre de la quille ſelon la determination de l'axe ; $\int \frac{3n^4rydy^2dx \pm 3mn^3qydydx^2 + 2n^2m^2rydx^3}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ exprime l'impulſion relative ſelon la détermination horiſontale perpendiculaire à l'axe & . . . . $\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + n^2m^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ déſigne l'impulſion dans

Fig. 11, & 12. le ſens vertical, ou bien marque avec quelle force chaque moitié de la prouë eſt pouſſée en haut par le choc du liquide.

XV.

Pour trouver maintenant les axes des impulſions relatives que nous venons de découvrir, il n'y a qu'à employer le principe général de ſtatique par le moyen duquel on peut reconnoître la direction composée d'une infinité de directions. Pour déterminer la diſtance de l'axe de l'impulſion ſelon la quille au plan vertical CIOG qui paſſe par l'axe, il faut d'abord multiplier chaque petite impulſion $\frac{n^4s^3rdz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}} \pm \frac{2mn^3rs^2zdz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}} + \frac{n^2m^2srz^2dz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}}$ que reçoit l'élement Ff, par ſa diſtance FI $= z$ au plan vertical CIOG, le produit $\frac{n^4s^3rzaz \pm 2mn^3rs^2z^2dz + n^2m^2srz^3dz}{h^2p^3\sqrt{r^2-z^2}}$ ſera le moment de l'impulſion que ſouffre la petite particule Ff du quart de cercle DFE & l'intégrale $-\frac{n^4s^3r\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3}$ $+ \frac{n^4s^3r^2}{h^2p^3} \mp \frac{mn^3rs^2z\sqrt{r^2-z^2}}{h^2p^3} \pm \frac{mn^3r^2s^2}{h^2p^3}\int\frac{rdz}{\sqrt{r^2-z^2}}$ — .... $\frac{n^2m^2srz^2\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3} - \frac{2n^2m^2sr^3\sqrt{r^2-z^2}}{3h^2p^3} + \frac{2m^2sr^4n^2}{3h^2p^3}$ déſignera par conſéquent le moment total des impulſions que reçoit chaque partie ſenſible du quart de cercle, puiſque ce moment eſt la ſomme de tous les momens des petites impulſions faites ſur les Ff. Mais il ſe réduit lorſque le demi conoïde étant entiérement enfoncé dans l'eau, z devient r, l'intégrale $\int\frac{raz}{\sqrt{r^2-z^2}}$ devient q, & que la valeur $\sqrt{r^2-z^2}$ devient nulle; ce moment, dis-je, ſe réduit à $\frac{3n^4r^2s^3 \pm 3mn^3r^2s^2q + 2m^2sr^4n^2}{3h^2p^3}$ qu'on peut transformer aiſément (par la ſubſtitution de y à la place de r, de $\frac{qy}{r}$ à la place de q, de $\frac{ydy}{dx}$ à la place de s & de $\frac{y\sqrt{dx^2+dy^2}}{dx}$

au

au lieu de p, comme nous l'avons fait cy-deſſus) à l'expreſ- Fig. 11, & 12.
ſion $\frac{n^4y^2dy^3}{h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}} \pm \frac{mn^3qy^2dy^2dx}{h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}} + \frac{2n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}}$
qui eſt génerale pour le moment de l'impulſion que reçoivent ſelon l'axe tous les quarts de cercles comme DFE ou BE, &c. tracez ſur la ſuperficie de la prouë.

XVI.

Je multiplie cette derniere expreſſion du moment de l'arc DFE, par la largeur dD compriſe entre les circonférences de cercle, pour avoir le moment de l'impulſion que ſupporte chaque zone. Cette largeur dD eſt $\sqrt{dx^2 + dy^2}$ comme on le ſçait; ainſi le produit ſera $\frac{3rn^4y^2dy^3 \pm 3mn^3qy^2dy^2dx + 2n^2rm^2y^2dydx^2}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ & c'eſt-là le moment pour chaque zone en quart de cercle; moment qu'il ne reſte plus qu'à intégrer pour trouver le moment total de l'impulſion ſur chaque moitié de la prouë dont il étoit l'élement. Cette integrale $\int \frac{3n^4ry^2dy^3 \pm 3mn^3qy^2dy^2dx + 2m^2n^2y^2dydx^2}{3h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ doit être diviſée par l'impreſſion . . . .
$\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + n^2m^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, puiſque le principe géneral preſcrit de diviſer le moment total de toutes les forces par la ſomme des forces mêmes; & le quotient marquera la diſtance de la direction compoſée au plan vertical qui ſépare la prouë en deux parties égales en paſſant par la quille.

XVII.

Nous ſçavons donc combien l'axe du choc que ſupporte chaque quart du conoïde ou bien chaque moitié de la prouë ſelon la détermination paralelle à l'axe, eſt éloigné du plan vertical CIOG. Cela ſuffit pour que nous ne puiſſions pas déformais mettre cet axe trop près du milieu ou des côtez de la prouë; mais nous pourrions encore le pla-

Fig. 11, & 12. cer trop haut ou trop bas, parce que rien ne détermine sa situation par rapport au plan horisontal BAD ou CQ qui passe par l'axe de la prouë. C'est pourquoy il nous faut reprendre l'impulsion $\frac{n^4s^3rdz \pm 2mn^3rs^2zdz + n^2m^2srz^2dz}{h^2p^3\sqrt{r^2 - z^2}}$ que reçoit chaque Ff selon FL paralelle à l'axe, & la multiplier par FH $= \sqrt{r^2 - z^2}$ pour en avoir le moment par rapport au plan horisontal ADB, on trouvera . . . . . $\frac{n^4s^3rdz \pm 2mn^3rs^2zdz + n^2m^2srz^2dz}{h^2p^3}$ & si on en prend l'intégrale terme à terme, on aura $\frac{3n^4s^3rz \pm 3mn^3rs^2z^2 + n^2m^2srz^3}{3h^2p^3}$ pour le moment de l'impulsion que reçoit chaque arc de cercle comme EF de part & d'autre de la quille; & si on met r à la place de z, il viendra $\frac{3n^4s^3r^2 \pm 3mn^3s^2r^3 + n^2m^2sr^4}{3h^2p^3}$ qui est le moment pour chaque quart de cercle entier. On le changera par les substitutions ordinaires dans les articles précédens, en $\frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}^{\frac{3}{2}}}$ que je multiplie par la largeur $dD = \sqrt{dx^2 - dy^2}$, afin d'avoir le moment $\frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulsion que reçoit chaque zone comme dDFE ou EBb : & prenant son intégrale pour trouver le moment total des impulsions selon l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë, il ne faudra plus que la diviser par l'impulsion même, & le quotient marquera la distance de l'axe de la résistance selon la quille au plan horisontal DAB ; de sorte que la position de cet axe sera entiérement déterminée, puisque nous sçaurons non-seulement l'endroit de la largeur de la prouë par où il doit passer, mais encore celuy de la hauteur. On pourra découvrir, en tenant à peu-près le même chemin, la situation des axes des autres résistances & construire les formules que j'ay mis icy dans une table pour la commodité de ceux qui voudront s'appliquer à ces sortes de problêmes.

XVIII.

Fig. 11, & 12.

Lorſqu'on voudra ſe ſervir de ces formules, il faudra ſe ſouvenir que les lettres q,r,h,n,m ſont connuës ou marquent des rapports connus: q & r déſignent le rapport du quart de cercle au rayon, d'environ 157 à 100, & pour n, m, h, elles repreſentent le ſinus total, la tangente de l'angle de la dérive & la ſécante de cet angle, comme cela ſe voit à l'œil dans le triangle rectangle KFY où $FY = h$, $FK = n$; $YK = m$, & KFY eſt égal à l'angle de la dérive ou à l'obliquité de la route du Vaiſſeau. Il faudra donc remplir la place de toutes ces lettres par leur valeur, & changer par la ſubſtitution x, y, dx & dy en une ſeule variable avec ſa différentielle, ce qu'on exécutera par la connoiſſance de la nature de la courbe qui a formé la prouë: & on trouvera des expreſſions dont il ne reſtera plus qu'à prendre les intégrales, pour avoir les diverſes impulſions de l'eau ſur les deux côtez de la prouë. Après cela il n'y aura plus qu'à compoſer les impulſions relatives directes avec les latérales pour avoir l'impulſion entiére que ſouffre la prouë ſelon le ſens horiſontal; & il eſt clair que ſi on compoſe cette impulſion avec les impulſions relatives verticales, il viendra l'impulſion abſoluë que reçoit toute la prouë; puiſque cette impulſion ne doit être formée que des trois impulſions relatives directe, latérale & verticale.

XIX.

Enfin on doit remarquer que lorſque le Vaiſſeau ſingle directement ſur ſa quille, les formules précédentes ſe réduiſent à d'autres beaucoup plus ſimples; comme alors l'angle de la dérive eſt nul & que la ligne FK tombe ſur FY, n devient égal à h & $m = o$. C'eſt pourquoy, ſi dans l'impulſion directe . . . .

Fig. 11. & 12. $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ on efface les termes qui ſont multipliez par m, & ſi on traite n & h comme deux quantitez égales, on trouvera que l'impulſion directe ſur chaque moitié de la prouë pour le cas où il n'y a point de dérive, eſt $\int \frac{n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$ & par conſéquent ſur toute la prouë $\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$. Et, continuant la même operation ſur les autres formules, on reconnoîtra que cette impulſion directe agit ſur une direction qui eſt exactement au-deſſous de l'axe de la prouë de la quantité $\frac{\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}}$; que l'impulſion verticale eſt ... $\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2 + dy^2}$ & ſe réünit dans une direction éloignée du ſommet de la prouë de la diſtance $\frac{\int \frac{2n^2yxdy^2dx}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2 + dy^2}}$. Comme les impulſions latérales que reçoivent les parties droite & gauche de la prouë ſe détruiſent mutuellement par leur égalité & leur oppoſition, il n'eſt pas néceſſaire de s'en mettre en peine.

CHAPITRE VIII.

Applications des formules précédentes à la prouë qui a la figure la plus avantageuſe, & à une prouë conique.

I.

1. POur rendre plus ſenſible l'uſage de nos formules, nous allons appliquer à la prouë qui a la figure la plus avantageuſe, celles qui ſervent pour la route directe,

FORMULES GENERALES

Pour découvrir les impulsions de l'eau sur les prouës formées en demi conoïdes.

Les formules qui sont cy à côté servent pour les routes obliques; & dans ces formules, n representant le sinus total, m marque la tangente de l'obliquité de la route, & h la secante de cette obliquité: q & r marquent le rapport du quart de la circonférence d'un cercle à son rayon ou d'environ 157 à 100. x exprime les abscisses ou les parties de l'axe de la prouë, & y les ordonnées ou les demies largeurs: enfin la lettre $\int$ désigne les sommes infinies ou les intégrales des grandeurs qu'elle précede.

Premiere formule, qui exprime l'impulsion directe que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe, que reçoit chaque moitié de la prouë, est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 \pm \frac{3mn^3q}{r}y^2dxdy^2 + 2m^2n^2y^2dydx^2}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

Troisiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{3n^4y^2dy^3 \pm 3mn^3y^2dy^2dx + n^2m^2y^2dx^2dy}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

Quatriéme formule, qui exprime l'impulsion latérale ou l'impulsion selon le sens horisontal & perpendiculaire à l'axe que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$$

Cinquiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion latérale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4yxdy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}yxdydx^2 + 2m^2n^2yxdx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

Sixiéme formule qui exprime combien la direction de l'impulsion latérale est au-dessous de la surface de l'eau.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dxdy^2 \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm \frac{3mn^3q}{r}ydydx^2 + 2m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

Septiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale que reçoit chaque moitié de la prouë.

$$\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$$

Huitiéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du sommet de la prouë.

$$\frac{\int \frac{3n^4yxdy^2dx \pm 3mn^3yxdydx^2 + m^2n^2yxdx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

Neuviéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée du plan vertical qui passe par le milieu de la prouë.

$$\frac{\int \frac{6n^4y^2dy^2dx \pm 8mn^3y^2dydx^2 + 3m^2n^2y^2dx^3}{12h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}{\int \frac{3n^4ydy^2dx \pm 3mn^3ydydx^2 + m^2n^2ydx^3}{3h^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}}$$

Les formules qui sont cy à côté ne servent que pour la route directe, ou pour le cas où le Navire single directement sur sa quille, sans aucune dérive.

Premiere formule, qui exprime l'impulsion directe sur la prouë entiére dans la route directe.

$$\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$$

Seconde formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2q}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}}$$

Troisiéme formule, qui exprime l'impulsion verticale sur la prouë entiére dans la route directe.

$$\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dy^2 + dx^2}$$

Quatriéme formule, qui exprime combien la direction de l'impulsion verticale est éloignée de l'extrémité de la prouë.

$$\frac{\int \frac{2n^2yxdy^2dx}{dx^2 + dy^2}}{\int \frac{2n^2ydy^2dx}{dx^2 + dy^2}}$$

Plusieurs grands Hommes ont trouvé que la ligne courbe qui forme la prouë par une demie révolution autour de son axe, doit être telle que si a est une grandeur arbitraire constante, & z une quantité variable, chaque des ordonnées (y) doit être égale à $\frac{z^3}{a^2} + {}^2z + \frac{a^2}{z}$ & l'abscisse (x) correspondante égale à $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$; de sorte qu'on trouve autant d'ordonnées & d'abscisses qu'on attribuë de différentes valeurs à z. Ce n'est point ici le lieu d'expliquer cette découverte; on peut consulter l'excellent Livre de l'*Analyse démontrée*. Mais de ce que $y = \frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z} = \frac{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}{a^2z}$, & $x = \frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} \ldots - \frac{5}{12}a - Lz$, il s'ensuit que $dy = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^2z^2}$ & $dx = \frac{3z^3dz}{a^3} + \frac{2zdz}{a} - \frac{adz}{z} = \frac{3z^4dz + 2a^2z^2dz - a^4dz}{a^3z}$. Je fais entrer toutes ces valeurs dans la formule $\int \frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$ de l'impulsion directe, & je trouve que $\frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2} = \frac{2qn^2}{r} \times \ldots$

$$\frac{\overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^3 \times dz^3}{a^4z^3 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^2z^5 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

qui se réduit (en divisant le numérateur & le dénominateur par $\overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2$) à $\frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{\overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^4z^3 + a^2z^5} = \frac{2qn^2}{r} \times \ldots \frac{\overline{3z^8 + 8a^2z^6 + 6a^4z^4 - a^8} \times dz}{a^4z^3 + a^2z^5}$. Mais comme dans cette derniere expression le numerateur contient exactement le dénominateur, on a par la division, $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^3}{a^2} + 5z + \frac{a^2}{z} - \frac{a^4}{z^3}} \times dz$ qui est toujours la valeur de $\frac{2qn^2}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$; & si

Fig. 11 & 12.

on intégre terme à terme, on trouvera $\frac{2qn^2}{r}$ . . . . $\times$ $\overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{5}{2}z^2 - \frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz}$ pour la résistance ou pour l'impulsion que souffre la proue entiere selon la détermination horisontale : mais il a fallu joindre $\frac{29}{12}a^2$ avec le signe — à cette expression, pour la rendre complete ; parce qu'en supposant $z = a\sqrt{\frac{1}{3}}$ & $Lz = 0$ comme cela arrive lorsque $x = 0$, l'intégrale au lieu de devenir nulle comme la résistance qu'elle désigne, se trouvoit égale à $+\frac{29}{12}a^2$.

2. Pour découvrir maintenant avec quelle force la proue est poussée par l'eau dans le sens vertical, il n'y a qu'à substituer les valeurs de y & de x, &c. dans la formule $\int \frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ & nous changerons $\frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ . . . . en

$$\frac{n^2 \times \overline{2z^4+4a^2z^2+2a^4} \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4} \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^3}{a^5z^2 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^2 + a^3z^4 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^2}$$

$$= \frac{n^2 \times \overline{2z^4+4a^2z^2+2a^4} \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4} \times dz}{a^5z^2+a^3z^4}$$ qui se réduit par la division à $n^2 \times \overline{\frac{6z^4}{a^3} + \frac{10z^2}{a} + 2a - \frac{2a^3}{z^2}} \times dz$, & intégrant cette expression comme l'indique la formule, il vient $n^2 \times \frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$: après en avoir soustrait $\frac{416a^2}{45\sqrt{3}}$, parce que cette intégrale se trouve trop grande de cette quantité ; & ainsi $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$ est l'impulsion relative que souffre la proue entiere selon le sens vertical.

3. En faisant de pareilles substitutions des valeurs de x, y, &c. dans la 2[me] & 4[me] formule, on trouvera les directions des efforts relatifs que nous venons de découvrir. $\frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2+dy^2}$ . . . . deviendra

$$\frac{n^2 \times \overline{z^4+2a^2z^2+a^4}^2 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^3 \times 2dz^3}{a^6z^4 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^2 + a^4z^6 \times \overline{3z^4+2a^2z^2-a^4}^2 \times dz^2}$$

$= \frac{n^2 \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4}^2 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times 2dz}{a^6z^4 + a^4z^6}$ qui se réduit par la multiplication & la division à . . . $n^2 \times \overline{\frac{6z^6}{a^4} + \frac{22z^4}{a^2} + 28z^2 + 12a^2 - \frac{2a^4}{z^2} - \frac{2a^6}{z^4}} \times dz$, & integrant cette expression pour avoir la valeur de $\int \frac{2n^2y^2dy^3}{dx^2 + dy^2}$ nous trouverons $n^2 \times \overline{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{22z^5}{5a^2} + \frac{28z^3}{3} + 12a^2z + \frac{2a^4}{z} + \frac{2a^6}{3z^3} - \frac{8704a^3}{315\sqrt{3}}}$ qu'il faut (selon la seconde formule) diviser par $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{5}{2}z^2 - \frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + a\mathrm{L}z} = \int \frac{2qn^2}{r} \times \frac{ydy^3}{dx^2 + dy^2}$, & on aura $\frac{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{22z^5}{5a^2} + \frac{28}{3}z^3 + 12a^2z + \frac{2a^4}{z} + \frac{2a^6}{3z^3} - \frac{8704a^3}{315\sqrt{3}}}{\frac{3qz^4}{2ra^2} + \frac{5qz^2}{r} - \frac{29qa^2}{6r} + \frac{qa^4}{rz^2} + \frac{2q}{r}a\mathrm{L}z}$ pour la quantité dont la direction de l'impulsion directe est au-dessous de l'axe de la prouë.

4. On transformera aussi dans la quatriéme formule, $\frac{2n^2yxdxdy^2}{dx^2 + dy^2}$ . . . . en

$$\frac{n^2 \times \overline{\frac{6z^4}{4a^3} + \frac{2z^2}{a} - \frac{5}{6}a - ^2\mathrm{L}z} \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz^3}{a^5z \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2 + a^3z^4 \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4}^2 \times dz^2}$$

qui se réduira à $\frac{n^2 \times \overline{\frac{3z^4}{2a^3} + \frac{2z^2}{a} - \frac{5}{6}a - ^2\mathrm{L}z} \times \overline{z^4 + 2a^2z^2 + a^4} \times \overline{3z^4 + 2a^2z^2 - a^4} \times dz}{a^5z^2 + a^3z^4}$

$= n^2 \times \overline{\frac{9z^8dz}{2a^6} + \frac{27z^6dz}{2a^4} + \frac{9z^4dz}{a^2} - \frac{11}{3}z^2dz - \frac{17}{6}a^2dz + \frac{5a^4dz}{6z^2} - \frac{6z^4dz}{a^3}\mathrm{L}z - \frac{10z^2dz}{a}\mathrm{L}z - 2adz\mathrm{L}z + \frac{2a^3dz}{z}\mathrm{L}z}$ dont l'intégrale telle qu'on la trouve terme à terme est $n^2 \times \overline{\frac{z^9}{2a^6} + \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} - \frac{1}{9}z^3 - \frac{5}{6}a^2z - \frac{17a^4}{6z} - \frac{6z^5}{5a^3}\mathrm{L}z - \frac{10z^3}{3a}\mathrm{L}z - 2az\mathrm{L}z - \frac{2a^3}{z}\mathrm{L}z + \frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}} = \int \frac{2n^2yxdxdy^2}{dx^2 + dy^2}$; après cepen-

dant y avoir ajouté $\frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}$ pour la rendre complete, & il ne reftera plus qu'à la divifer, comme l'indique la quatriéme formule, par $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$ $= \int \frac{2n^2ydxdy^2}{dx^2+dy^2}$ . . . . pour avoir

$$\frac{\frac{z^9}{2a^6} + \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} - \frac{1}{9}z^3 - \frac{5}{6}a^2z - \frac{17a^4}{6z} - \frac{6z^5}{5a^3}Lz - \frac{10z^3}{3a}Lz - 2azLz - \frac{2a^3}{z}Lz + \frac{1071458a^3}{127575\sqrt{3}}}{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} - \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$$

qui exprime combien la direction de l'effort relatif dans le fens vertical, eft éloignée de l'extremité de la prouë.

5. Il réfulte de tout ce calcul que pour déterminer
Fig. 14. dans la Figure 14. la direction composée DN de l'impulfion de l'eau fur la prouë la plus avantageufe CAEC; il faut tirer la paralelle DR à l'axe AB à la diftance FD qu'on fera de $\frac{\frac{6z^7}{7a^4} + \frac{22z^5}{5a^2} + }{\frac{39z^4}{2ra^2} + \frac{59z^2}{r} - }$ &c. (trouvée nomb. 3.) & cette ligne DR fera la direction de l'impulfion que reffent la prouë dans le fens horifontal. Il faudra conduire auffi la verticale DS, de maniere qu'elle foit éloignée du fommet A de la prouë de la diftance AF $=$ $\frac{\frac{z^9}{2a^6} + \frac{27z^7}{14a^4} + \frac{51z^5}{25a^2} - }{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + }$ &c. (trouvée nomb. 4.) cette ligne DS fera la direction de la force avec laquelle la prouë eft pouffée par l'eau felon la détermination verticale. Enfin on fera les deux lignes DR & DS depuis leur interfection D dans le rapport des impulfions directe & verticale; c'eft-à-dire, dans le rapport de $\frac{2qn^2}{r} \times \overline{\frac{3z^4}{4a^2} + \frac{5}{2}z^2 - \frac{29}{12}a^2 + \frac{a^4}{2z^2} + aLz}$ à $n^2 \times \overline{\frac{6z^5}{5a^3} + \frac{10z^3}{3a} + 2az + \frac{2a^3}{z} + \frac{416a^2}{45\sqrt{3}}}$.

Achevant

Achevant enſuite le rectangle DSVR & conduiſant la diagonale DV, on aura la direction compoſée des deux DS, DR, qui ſera l'axe du choc abſolu de l'eau ſur la prouë ; avec lequel & la verticale γN du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite au raz de l'eau, on déterminera ſelon nos principes le *point vélique* N par lequel doit paſſer la direction de la voile. Il n'y aura qu'à faire cette proportion, l'impulſion directe DR eſt à l'impulſion ſelon le ſens vertical DS ou RV ; ainſi la diſtance Fγ du point F à la verticale γN du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, ſera à la hauteur du *point vélique* N au-deſſus de la direction DR de l'impulſion directe de l'eau.

II.

Trouver la direction de l'impulſion de l'eau dans toutes les routes ſur une prouë conique.

1. Nous euſſions pû appliquer nos autres formules à la prouë la plus avantageuſe & nous l'euſſions fait avec le même ſuccès : mais pour éviter la longueur du calcul & changer d'exemple, nous allons ſuppoſer que la prouë [Fig. 15.] eſt formée par la demie révolution de la ligne droite AF autour de l'axe AC ; de ſorte que la prouë que nous avons à examiner eſt un demi cone, dont A eſt le ſommet & BEF le demi cercle de la baſe. n exprime toujours le ſinus total, & je prends f pour déſigner la tangente de l'angle CAF formé par l'axe AC & par le côté AF du cone. Ainſi n, & f marquent le rapport conſtant des AC & des CF ou des abſciſſes x & des ordonnées y ; & nous avons pour tous les points de AF la proportion, $n \mid f \parallel x \mid y$ & l'équation $ny = fx$ qui exprime la relation continuelle de tous les points de la ligne AF à ceux de l'axe AC. De cette égalité $ny = fx$, je déduis $x = \frac{ny}{f}$ & $dx = \frac{ndy}{f}$ & je ſubſtituë Fig. 15.

Fig. 15. ces valeurs de x & de dx dans la premiere, la quatriéme & la ſeptiéme formule qui ſont d'uſage lorſqu'il y a de la dérive. Je trouve $\frac{n^4m^2qydy \pm 4n^4mrfydy + 2n^4qf^2ydy}{2b^2n^2r + 2b^2f^2r}$ pour l'élement de l'impulſion directe : $\frac{3n^5f^2ydy \pm \frac{3n^5mqfydy}{r} + 2n^5m^2ydy}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$ pour l'élement de l'impulſion latérale & . . . . $\frac{3n^5f^2ydy \pm 3n^5mfydy + n^5m^2ydy}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$ pour l'élement de l'impulſion verticale ſur chaque moitié de la prouë : ſur la moitié du côté de l'angle de la dérive ſi on employe dans l'endroit où il y a $\pm$ le ſigne $+$, & la moitié de l'autre côté ſi on employe le ſigne —.

2. Je prends enſuite les intégrales de ces élemens comme l'indiquent les formules génerales, & je découvre que $\frac{n^4m^2qy^2 \pm 4n^4mrfy^2 + 2n^4f^2qy^2}{4b^2n^2r + 4b^2f^2r}$ eſt l'impulſion directe, . . . $\frac{3n^5f^2y^2 \pm \frac{3n^5mqfy^2}{r} + 2n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3}$ l'impulſion latérale ; & . . . . $\frac{3n^5f^2y^2 \pm 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3}$ l'impulſion verticale ſur chaque moitié de la prouë. Par conſéquent $\frac{n^4m^2qy^2 + 4n^4mfry^2 + 2n^4f^2qy}{4b^2n^2r + 4b^2f^2r}$ $+ \frac{n^4m^2qy^2 - 4n^4mfry^2 + 2n^4f^2qy^2}{4b^2n^2r + 4b^2f^2r} = \frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2b^2n^2r + 2b^2f^2r}$ exprim l'impulſion directe que reçoit la prouë entiere ou ſes deu moitiez jointes enſemble ; & $\frac{3n^5f^2y^2 + 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6n^2f^3}$ – $\frac{3n^5f^2y^2 - 3n^5mfy^2 + n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6n^2f^3} = \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3b^2n^2f^2 + 3b^2f^3}$ l'impulſion qu'el le ſouffre ſelon le ſens vertical : mais parce que les impreſ ſions latérales faites ſur chaque moitié ſont contraires, ca l'impulſion latérale du côté droit tend vers le gauche, & celle que reçoit le côté gauche tend vers le droit, il fau ſouſtraire la plus petite impulſion de la plus grande & l reſte $\frac{3n^5f^2y^2 + \frac{3n^5mfqy^2}{r} + 2n^5m^2y^2}{6b^2n^2f + 6b^2f^3} - \frac{3n^5f^2y^2 + \frac{3n^5mfqy^2}{r} - 2n^5m^2y}{6b^2n^2f + 6b^2f^3}$

$= \frac{n^5mqy^2}{rb^2n^2 + rb^2f^2}$ marquera combien la prouë eſt pouſſée latéralement ou de côté, par l'impulſion la plus forte. Fig 15.

3. On trouvera enſuite le réſultat de ces impulſions en retranchant d'abord ſur l'axe AC la partie DR, afin qu'elle repréſente la réſiſtance directe $\frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2b^2n^2r + 2b^2f^2r}$ & conduiſant dans le plan BAF la perpendiculaire DZ à l'axe d'une longueur DZ à exprimer l'impulſion latérale $\frac{n^5mqy^2}{b^2n^2r + b^2f^2r}$ il n'y aura qu'à former le rectangle DZLR, & ſa diagonale DL ſera la direction compoſée dans laquelle ſe réunira toute la réſiſtance horiſontale. Ainſi il ne reſtera plus qu'à élever au point D la verticale DS $= \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3b^2n^2f + 3b^2f^3}$ pour repreſenter l'impulſion dans le ſens vertical, & achever en l'air le rectangle DSVL & on aura dans ſa diagonale DV la direction composée de l'impulſion totale que reçoit la prouë. On peut conſiderer après cela que dans le triangle rectangle DRL le côté DR étant pris pour le ſinus total, le côté RL = DZ ſera la tangente de l'angle RDL que fait l'axe de la prouë avec la direction DL de toute l'impulſion horiſontale que ſouffre la prouë; d'où il ſuit que nous pouvons trouver la tangente de cet angle par cette proportion; DR $= \frac{n^4m^2qy^2 + 2n^4f^2qy^2}{2b^2n^2r + 2b^2f^2r}$ eſt au ſinus total n comme RL = DZ $= \frac{n^5mqy^2}{b^2n^2r + b^2f^2r}$ eſt à $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$ pour la tangente de l'angle LDR que fait la direction de toute l'impulſion relative horiſontale de l'eau avec l'axe de la prouë. Et ſi dans le triangle rectangle DLV nous prenons DL pour le ſinus total, nous pourrons trouver l'angle VDL que fait la direction DV du choc total ou abſolu avec l'horiſon par cette analogie, DL $= \sqrt{\overline{DR}^2 + \overline{RL}^2} = \frac{n^4qy^2\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}{2b^2n^2r + 2b^2f^2r}$ eſt au ſi-

Fig. 15. nus total n comme $LV = DS = \frac{3n^5f^2y^2 + n^5m^2y^2}{3h^2n^2f + 3h^2f^3}$ eſt à : : $\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 4n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}$ pour la tangente de l'angle VDL que fait avec l'horiſon la direction DH du choc abſolu. Ainſi pour connoître entierement la ſituation des directions DL & DH, il ne nous reſte plus qu'à connoître le point D dont elles partent.

Nous aurions recours pour cela à nos autres formules, mais nous ſçavons d'ailleurs que les directions DL & DH prennent leur origine dans le cone en D ſur l'axe, à la diſtance $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$ du ſommet A. Car ſi on diviſe la ſuperficie conique en une infinité de petits triangles comme EAP qui ayent leur ſommet en A & leur baſe ſur la circonférence du demi cercle BED, chacun de ces triangles recevra une impulſion qui ſe réunira en Q au tiers EQ de ſa hauteur EA, & dont la direction QF viendra rencontrer l'axe AC du cone au point D éloigné du ſommet A de la diſtance $\frac{2n^2y + 2f^2y}{3nf}$ comme on peut le vérifier aiſement. Mais puiſque toutes les directions des autres petits triangles viennent ſe rendre au même point D, il eſt évident que la direction DH de l'impulſion abſoluë doit y paſſer auſſi; puiſqu'elle eſt composée de toutes les directions particulieres des petits triangles.

4. Enfin comme la réſolution précédente convient à tous les angles de dérive dont m eſt la tangente, pendant que n exprime le ſinus total, il eſt clair qu'elle convient auſſi au cas dans lequel il n'y a point de dérive ou dans lequel le Navire ſingle directement ſur ſa quille. Mais puiſqu'alors $m = 0$, la tangente $\frac{2n^2m}{m^2 + 2f^2}$ de l'angle LDR que fait la direction DL de l'impulſion horiſontale avec l'axe de la prouë deviendra nulle, ce qui nous feroit connoître, ſi nous ne le ſçavions pas déja, que la direction DL tombe alors exactement ſur l'axe de la prouë. D'un autre

côté la tangente $\frac{6n^2f^2r + 2n^2m^2r}{3fq\sqrt{m^4 + 2n^2m^2 + 4m^2f^2 + 4f^4}}$ de l'angle VDL que fait la direction DV du choc abſolu de l'eau avec l'horiſon, ſe réduira à $\frac{rn^2}{qf}$; ce qui nous montre qu'il n'y a qu'à multiplier le quarré du ſinus total n par $r = 100$ & diviſer le produit par $q = 157$ & par la tangente f de l'angle FAC que fait le côté du cone avec ſon axe, pour avoir la tangente $\frac{rn^2}{qf}$ de l'angle que fait avec l'horiſon la direction du choc abſolu de l'eau ſur la prouë. Ainſi il ſera très-facile dans la route directe de trouver la hauteur du *point vélique* ou du point de concours de la direction DH du choc abſolu de l'eau & de la verticale du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau. Car auſſi-tôt que nous aurons déterminé, par les moyens ordinaires de la Statique, le centre de gravité γ, nous n'aurons qu'à faire cette analogie ; le ſinus total n eſt à la tangente $\frac{rn^2}{qf}$ de l'angle que fait la direction DH avec l'horiſon, comme la diſtance Dγ du point D au centre de gravité γ ſera à la hauteur requiſe du *point vélique*. Fig. 15.

CHAPITRE IX.

De la figure qu'on doit donner aux voiles, & de la hauteur qu'aura enſuite la Mâture.

I.

Le point vélique étant ainſi déterminé, il ne reſte plus maintenant qu'à faire paſſer, ſelon la maxime de l'article V. du Chapitre VI. la direction de l'effort de la voile par ce point. C'eſt ce que nous pourrions exécuter en donnant quelle hauteur nous voudrions au Mât & en inclinant enſuite plus ou moins la voile par le moyen de

Fig. 15. la méthode que nous donnerons dans la ſeconde Section, pour faire paſſer la direction de l'effort du vent par le *point vélique*, lorſque ce point ſe trouve fort bas dans les routes obliques. Mais comme ce point a toujours une hauteur conſidérable dans la route directe, nous croyons qu'il eſt plus naturel de placer la voile verticalement; & de cette ſorte, ſa direction ſera horiſontale, & il faudra que ſon centre d'effort ſoit précifément à même hauteur que le *point vélique*. Si cependant il avoit été queſtion de mâter, ſelon nos principes, l'Arche de Noé, ou les deux bâtimens qu'un certain Pierre Janſſe de Horne fit conſtruire ſur les mêmes proportions, on n'eût pas pû mettre la voile dans une ſituation verticale; parce que comme la prouë de ces Navires n'avoit aucune ſaillie, la direction du choc de l'eau ne devoit pas s'élever en l'air en avançant vers la poupe, mais elle devoit être exactement horiſontale: de ſorte que le *point vélique* devoit ſe trouver dans le corps même du Navire, & il falloit néceſſairement incliner la voile pour lui donner une diſpoſition parfaite. Mais ce n'eſt pas la même choſe dans tous nos Vaiſſeaux ordinaires: car leur prouë a une grande ſaillie, & le *point vélique* ſe trouvera toujours conſidérablement élevé.

II.

Quant à la figure que doivent avoir les voiles, il eſt clair qu'elles ne peuvent pas en avoir une plus ſimple ni une qui leur donne plus d'étenduë que la rectangulaire. Et il ſeroit auſſi très-facile de regler enſuite la hauteur des Mâts: car comme le centre d'effort d'une voile rectangulaire eſt précifément en ſon milieu, il n'y auroit qu'à faire la hauteur du Mât double de celle du *point vélique* ou double de la hauteur que doit avoir le centre d'effort de la voile. Mais il faut remarquer qu'on ne peut pas faire ainſi les voiles en rectangle: parce que ſi on les faiſoit auſſi larges par en bas que par en haut, elles ſortiroient

du Navire des deux côtez d'une quantité trop considérable, & aussi-tôt que la mer seroit un peu agitée, elles seroient continuellement exposées par en bas au choc des vagues; ce qui ne pourroit pas manquer de causer différens accidens. C'est pourquoi nous ne nous proposons de donner aux voiles que la figure d'un exagone irrégulier CFLMKD [Fig. 16.] dont la partie superieure FLMK sera un rectangle, & l'inferieure CFKD un trapeze beaucoup plus étroit par en bas que par en haut. Nous donnerons aux vergues FK & LM le plus de longueur qu'il nous sera possible : mais nous ne ferons la base CD que d'environ une fois & demie la largeur du Vaisseau, afin qu'elle ne déborde pas d'une trop grande quantité. Fig. 16.

III.

Les Marins prétendent qu'il est à propos de diminuer aussi la largeur des voiles par le sommet, afin de pouvoir élever ensuite davantage la Mâture, & de profiter par cette élevation du vent qui est peut-être un peu plus rapide en haut. Mais plusieurs raisons nous empêchent d'entrer dans cette pensée. Il se pourroit bien qu'il n'y auroit sur la mer que fort peu de différence entre toutes les vîtesses du vent : car ce ne doit pas être là tout-à-fait comme icy à terre où le vent rencontre en bas plusieurs obstacles qui peuvent interrompre son cours. Et d'ailleurs quand même la différence des vîtesses du vent seroit tout-à-fait sensible, nous pourrions encore montrer qu'il y auroit du desavantage à retrécir les voiles par le sommet.

Nous n'avons, pour en convaincre le Lecteur, qu'à supposer qu'on éléve la vergue LM jusqu'en *ſ*, mais qu'afin de faire ensorte que le centre d'effort N se trouve encore dans le même endroit, & réponde toujours exactement au *point vélique*, on racourcisse cette vergue & on ne lui donne que la longueur *lm*. Notre voile qui avoit la surface CFLMKD aura ensuite la surface CF*lm*KD & pen-

Fig. 16. dant que nous perdons par les côtez les deux triangles FLQ & KMP, nous acquerons par en haut le trapeze Q*lm*P. On voit aussi que les deux voiles auront une partie commune CFQPKD dont le centre d'effort sera en *i*, & que selon qu'on ajoutera à cette partie les deux triangles FLQ & KMP ou le trapexe Q*lm*P, on formera l'une ou l'autre voile, & on fera monter le centre d'effort de *i* en N. Mais puisque la sûreté de la navigation exige que le centre d'effort des voiles soit toujours dans le même point N, il faut que le trapeze Q*lm*P fasse précisément le même effet par rapport au centre d'effort N que les deux triangles FLQ & KMP ; c'est-à-dire, qu'il faut que l'impulsion que souffre le trapeze ait précisément le même moment que l'impulsion que souffrent les deux triangles ensemble : Car autrement le trapeze ne feroit pas monter le centre d'effort de *i* en N précisément de la même maniére que les deux triangles. Mais cela supposé le trapeze Q*lm*P doit recevoir moins d'impulsion que les deux triangles FLQ, KMP joints ensemble ; puisque ce trapeze est plus élevé au-dessus du centre N & que cependant il n'a que le même moment. Ainsi il est sensible que notre voile CFLMKD qui est composée de la partie CFQPKD & des deux triangles FLQ, KMP recevra toujours plus d'impulsion que la voile CF*lm*KD qui est formée de la partie CFQPKD & du trapeze Q*lm*P : & on voit donc qu'il n'est point à propos de retrécir les voiles par le sommet, quoi qu'on leur donne en même-tems plus d'élévation & qu'elles soient exposées, peut-être par le haut à un vent plus rapide. Car, encore une fois, aussi-tôt que leur centre d'effort sera précisément dans le même point N, on perdra toujours plus par le retranchement des deux triangles FLQ, KMP, ou par la diminution de la largeur, qu'on ne gagnera par l'addition du trapeze Q*lm*P, ou par l'augmentation de la hauteur. Il est clair qu'on pourra appliquer aussi le même raisonnement aux voiles qui n'auront point de vergues au milieu & qui n'auront la figure que d'un simple trapeze.

IV.

Fig. 16.

IV.

Il ſuit de tout cela qu'on doit toujours, contre la pratique ordinaire des Marins, donner le plus de largeur qu'il eſt poſſible aux voiles par en haut ; & qu'il ſuffit d'obſerver ſimplement de ne leur en pas donner une ſi grande, qu'on ait enſuite trop de peine à les orienter. Sans cela, nous pourrions augmenter leur largeur d'une quantité exceſſive : car nous pourrions le faire tant que la Mâture ne ſeroit pas capable de faire verſer le Vaiſſeau par ſa peſanteur. Mais, ſi nous ne pouvons pas pouſſer les choſes ſi loin, parce que nous devons faire attention à la facilité de la manœuve, & à la commodité des Matelots, nous avons toujours la liberté de faire une augmentation conſidérable & de rendre la Navigation beaucoup plus prompte. Ce ne ſont pas de ſemblables raiſons de convenance, qui ont empêché les Marins d'augmenter juſqu'icy la largeur de leurs voiles : ils ont été arrêtez par la vûë du péril auquel ils ſe ſeroient évidemment expoſez. Cela eſt ſi vrai, que lorſqu'ils voyent qu'il n'y a rien à craindre, parce que le vent n'eſt pas trop fort ; ils allongent leurs vergues avec des *boutes-hors*, & ils y appliquent de larges bandes de toile, qu'ils nomment des *bonnettes*. Ce n'eſt au ſurplus que par l'experience qu'on peut découvrir juſqu'où on peut porter l'augmentation: Car cecy n'eſt pas ſuſceptible d'une détermination exacte & géométrique. Mais nous pouvons toujours au moins, en attendant, faire nos vergues de quatre ou cinq fois la largeur du navire ; ou les faire deux fois, ou deux fois & demie plus longues que les ordinaires.

On pourra peut-être encore rendre les voiles plus larges par en haut ; & cela principalement lorſqu'on ne leur donnera que la figure d'un ſimple trapeze, & qu'on ne mettra point de vergue FK au milieu de leur hauteur. Il faut remarquer que nous n'avons pas les mêmes raiſons

Fig 16. que les Marins de diviſer nos voiles en pluſieurs parties par différentes vergues. Les Marins ne partagent leurs voiles en trois; la *voile baſſe*, la *voile de hunier* & la *voile de perroquet* qu'afin d'avoir plus de facilité à en diminuer l'étenduë, en ſerrant quelqu'une de ces parties, lorſque la force du vent augmente : Au lieu que la diſpoſition parfaite que nous donnons à nos voiles, fait que nous les porterons toujours toutes hautes ſans être obligé d'en changer ſi ſouvent l'étenduë : & lorſque nous jugerons à propos de le faire, ſoit pour modérer la viteſſe du ſillage, ſoit pour quelqu'autre raiſon, nous ne changerons point leur hauteur, mais ſeulement leur largeur par tout proportionellement;afin que leur centre d'effort reſte toujours préciſément dans le même endroit. C'eſt pourquoi nous ne mettrons de vergues au milieu de nos voiles que pour les ſoûtenir & les empêcher de prendre une trop grande courbure : & toutes les fois que nous verrons qu'elles ne doivent pas avoir beaucoup de hauteur, nous ôterons cette vergue du milieu, & nous rendrons celle d'en haut plus longue.

V.

Enfin lorſquon ſera convenu de toutes les largeurs de la voile CFLMKD, il n'y aura pour achever d'en regler la diſpoſition, qu'à chercher le rapport de la hauteur EN de ſon centre d'effort à ſa hauteur entiere ES. (C'eſt ce qu'on pourra toujours faire aſſez aiſément par les régles de la Statique : car comme la voile eſt ſenſiblement plane, ſon centre d'effort N ne differe pas ſenſiblement du centre de gravité de ſa ſurface CFLMKD.) Et lorſqu'on ſçaura le rapport de la hauteur EN à la hauteur ES, il n'y aura qu'à comparer le premier terme de ce rapport à la hauteur que doit avoir le centre d'effort ou à la hauteur du *point vélique*, & le ſecond terme fera connoître la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Ou pour trouver la

même chose par une méthode plus générale, on n'a qu'à exprimer la hauteur du centre d'effort de la voile en termes algébriques & en employant, comme cela est nécessaire la hauteur même de la voile, & si on fait ensuite une équation de cette expression & de la hauteur du *point vélique*, au-dessus du navire, il ne restera plus qu'à resoudre cette équation, en considérant la hauteur de la voile comme inconnuë. Si on nomme, par exemple, h la hauteur du *point vélique*; a la longueur de la vergue inférieure CD, ou la largeur qu'on se propose de donner à la voile par en bas; c la longueur de la vergue FK que je suppose toujours située au milieu du Mât pour une plus grande facilité; e la longueur de la vergue supérieure LM, & enfin u la hauteur inconnuë ES, que doit avoir le Mât. Il est facile de voir que la hauteur EN du centre d'effort N de toute la surface CFLMKD est $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u$; & puisqu'il est nécessaire pour que la Mâture soit bien disposée que cette hauteur soit égale à l'élevation h du *point vélique* au-dessus du navire, nous aurons l'équation.... $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u = h$, dans laquelle il est facile de découvrir la hauteur u du Mât: il vient $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$; & cette formule se réduit à cette autre $u = \frac{a + 3c}{\frac{1}{6}a + \frac{11}{6}c} \times h$ lorque les deux vergues FK & LM sont égales comme dans nôtre Figure. De sorte que nous n'aurons alors qu'à faire cette analogie; la *somme de la sixiéme partie de la base* CD *& des onze sixiémes de la largeur* FK *ou* LM *est à la somme de la base* CD *& du triple de la largeur* FK *ou* LM *comme la hauteur du point vélique au dessus du Navire, est à la hauteur* ES *qu'il faut donner au Mât.* Et lorsqu'il n'y aura point de vergue au milieu du Mât & que la voile CLMD ne sera qu'un seul trapeze, la largeur c sera égale à $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}e$, & la formule générale $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$ se reduira à $u = \frac{3a + 3e}{a + 2e} \times h$: d'où il suit

Fig. 26.

Régles pour trouver la hauteur de la Mâture lorsqu'on a découvert la hauteur du *point vélique* & qu'on est convenu des largeurs qu'on veut donner à la voile.

Fig. 16. qu'il n'y aura qu'à faire cette proportion, *la largeur* CD *de la voile par en bas, jointe avec le double de sa largeur* LM *par le sommet, est au triple de la somme des largeurs du bas & du sommet, comme la hauteur du point vélique au-dessus du Navire, sera à la hauteur* ES *qu'il faudra donner à la voile.*

VI.

Au surplus quoique la méthode précédente soit toujours assez exacte dans la pratique, il faut cependant convenir qu'elle ne l'est pas tout-à-fait, parce qu'il faudroit faire attention à l'impulsion que le vent fait sur la poupe, & ce seroit le centre de l'impulsion totale sur la poupe & sur la voile, qu'il faudroit faire répondre au *point vélique.* Ainsi le centre de l'effort particulier des voiles devroit être un peu plus haut que cy-devant, & il est clair encore qu'il faudroit que cet effort fût en équilibre avec celui de la poupe en dessus & en dessous du *point vélique:* car on sçait que l'action de deux forces ne se réunit dans un certain point que lorsqu'elles sont en équilibre de part & d'autre de ce point, ou que lorsque leurs momens sont parfaitement égaux. Or si nous conservons les mêmes dénominations que cy-dessus, nous aurons toujours $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{6}{5}e}{a + 2c + e} \times u$ pour la hauteur du centre d'effort de la voile au-dessus du Navire; & si nous en ôtons h, nous trouverons . . . . . $\frac{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}{a + 2c + e} \times u - h$ pour la quantité dont le centre d'effort de la voile est au-dessus du *point vélique:* & il ne nous restera qu'à multiplier cette quantité par l'étenduë $\overline{\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}c + \frac{1}{4}e} \times u$ de la voile pour avoir son moment $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 - \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu$ par rapport au *point vélique.* D'un autre côté nous pouvons mesurer aisément l'étenduë p^2 de la partie AB de l'arriere du Navire qui est au-dessous de la voile, de même que la quantité q dont le centre d'ef-

fort de cette partie eſt au-deſſous du *point vélique*, & ainſi nous pouvons regarder ſon moment p^2q comme connu. Il n'eſt pas néceſſaire de nous mettre en peine de la partie de la poupe qui répond au-deſſus de la baſe CD : car elle empêche que le vent ne frappe ſur une portion de la voile, & elle ne fait préciſément que réparer l'effet que feroit cette portion, ſi elle étoit expoſée au choc du vent. Mais enfin, puiſque le moment p^2q de la partie AB de la poupe doit être égal au moment $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 - \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu$ de la voile, pour que le centre de l'impulſion totale réponde exactement au *point vélique*, nous aurons l'équation du ſecond degré $\overline{\frac{1}{24}a + \frac{1}{4}c + \frac{5}{24}e} \times u^2 - \overline{\frac{1}{4}a - \frac{1}{2}c - \frac{1}{4}e} \times hu = p^2q$; & ſi on ſe donne la peine de la réſoudre, on trouvera la formule générale $u = \dfrac{\overline{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e} \times h + \sqrt{\overline{\frac{1}{2}a + c + \frac{1}{2}e}^2 \times h^2 + \overline{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times 4p^2q}}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e}$ qui exprime en grandeurs entiérement connuës la hauteur u que doit avoir la Mâture au-deſſus du Navire, pour qu'elle ſoit tout-à-fait bien diſpoſée, & pour que la direction de l'impulſion totale du vent paſſe tout-à-fait exactement par le *point vélique* : a, c & e ſont les largeurs de la voile par en bas, par le milieu & par le haut ; h eſt la hauteur du *point vélique* au-deſſus du Vaiſſeau ; p^2 eſt la ſurface de la poupe, & q la quantité dont le centre d'effort de cette ſurface eſt au-deſſous du *point vélique*. Fig. 16.

Fin de la premiere Section.



DE LA MÂTURE DES VAISSEAUX.

SECONDE SECTION.

Où l'on examine les conditions de la Mâture parfaite dans les routes obliques.

CHAPITRE PREMIER.

Moyens de rendre dans tous les Vaiſſeaux la Mâture à peu près parfaite pour les routes obliques.

I.



L ſera toujours facile de déterminer le *point vélique* dans la route directe; car la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & l'axe de l'impulſion de l'eau ſur la proüe ſeront néceſſairement dans un même plan, & leur interſection déterminera toujours ſans diffi-

culté ce point par lequel doit passer la direction de l'impression du vent sur la voile. Mais il peut arriver, lorsque le Navire single obliquement par rapport à sa quille, que l'axe de l'impulsion de l'eau passe en avant ou en arriere de la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & que ces deux lignes ne se rencontrent pas.
Fig. 17. Si, par exemple, le Navire de la Figure 17. reçoit de la part de l'eau en singlant obliquement, une impulsion dont l'axe ou la direction soit la ligne DH, & si le centre de gravité de la section de la carene faite à fleur d'eau est en γ, il est constant que comme la direction DH du choc de l'eau & la verticale γQ ne se coupent point, il sera impossible (d'une impossibilité Physique que nous ne pouvons pas vaincre) de déterminer le *point vélique*; & cela non pas à cause de quelque deffaut de nôtre théorie, mais à cause de la disposition particuliére du Vaisseau. C'est ce qui montre qu'il seroit à propos que le centre de gravité de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, au lieu d'être en γ, fût en g sur l'axe Dg de l'impulsion relative de l'eau selon la tendance horisontale : c'est à quoy les Constructeurs pourroient faire attention dans la fabrique de leurs Vaisseaux.

II.

Cependant s'il étoit permis d'incliner la voile & de la pancher du côté de la route, nous pourrions la disposer
Fig. 18. de sorte que la direction IK [Fig. 18.] de l'effort du vent tomberoit exactement sur la direction DH du choc absolu de l'eau, & ensuite les impulsions du vent & de l'eau seroient non-seulement contraires dans le sens horisontal, mais elles le seroient aussi dans le vertical; & leur opposition parfaite seroit cause qu'elles se détruiroient entiérement, sans pouvoir former un effort mutuel vertical comme à l'ordinaire : & ainsi le Navire n'étant tiré ni en haut ni en bas, n'enfonceroit toujours précisément que la même

me

me partie de sa carene dans l'eau, & navigeroit en conservant constamment sa situation horisontale, comme s'il étoit en repos dans le port même. Mais le plus souvent cette disposition de la voile ne seroit pas praticable. Car si la direction DH du choc de l'eau sur la prouë faisoit un grand angle avec l'horison, il faudroit beaucoup incliner la voile & la mettre presque horisontalement; & dans cette situation elle ne seroit poussée par le vent qu'avec très-peu de force, & elle ne feroit presque point marcher le Navire. D'un autre côté, si la direction DH, ne faisoit qu'un petit angle avec l'horison, il seroit encore fort difficile de donner une étenduë un peu considérable à la voile, & de faire tomber en même-tems son effort directement sur DH. Enfin, si on peut incliner quelquefois la voile, il est certain que c'est dans un sens tout contraire à celui-cy. Car il faut icy mettre la base M de la voile hors du Navire du côté du vent & du côté que les vagues choquent avec le plus de force; & de cette sorte la voile doit être continuellement exposée aux coups de mer.

III.

Mais quel parti prendrons-nous donc lorsque le centre de gravité de la coupe de la carene sera effectivement en γ hors de la direction Dg du choc relatif horisontal de l'eau? car quelque situation que nous donnions à la direction SI de la voile, la verticale qui sera la direction composée des impulsions du vent & de l'eau ne passera jamais par ce centre de gravité γ & par conséquent le Navire s'inclinera toujours. Sur cela nous ferons maintenant remarquer qu'entre toutes les dispositions de la voile, il y en a toujours quelqu'une qui altere moins la situation horisontale du Vaisseau, & qui par conséquent approche plus d'être parfaite. Supposé, par exemple, que dans la Figure 17. la direction de l'impulsion du vent soit SI; la verticale VNT sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se Fig. 17.

Fig. 17. réunissent & se composent, sera appliquée à une bien plus petite distance du centre de gravité γ que la verticale *UNT* sur laquelle se joindroient les chocs du vent & de l'eau, si la direction de la voile étoit *SJ*: d'où il suit que la premiere position du centre d'effort de la voile en l seroit beaucoup plus parfaite que la seconde où le centre d'effort seroit en *J* & qu'elle feroit beaucoup moins incliner le Vaisseau. Et si la coupe du Navire faite au raz de la mer, est un cercle dont γ est le centre, il est clair qu'il n'y aura qu'à abaisser de ce centre une perpendiculaire γu sur l'axe de D*g* de l'impulsion horisontale de l'eau ; du point *u* élever une verticale *un* jusqu'à l'axe DH de l'impulsion absoluë de l'eau, & ce sera par le point *n* qu'il faudra faire passer la direction de la voile pour lui donner la disposition la plus parfaite pour la route oblique. Car les verticales VT ou *UT* sur lesquelles les impulsions du vent & de l'eau se réuniroient dans toutes les autres dispositions, répondroient toujours à une plus grande distance du centre de gravité γ, que la verticale *tnu*.

IV.

Dans les Vaisseaux ordinaires, la premiere tranche de la carene n'est pas un cercle, & ainsi il faudra élever la verticale *ut* de quelque point différent de *u*, parce que l'effet de la force composée verticale des chocs de l'eau & du vent, dépend non-seulement de la distance de la direction au centre γ, mais aussi du côté où répond cette direction, comme on l'a fait voir dans l'article II. du Chapitre V. de la Section précedente, en expliquant pourquoi les Navires s'inclinent avec plus de facilité des deux côtez de *stribord* & de *basbord* que dans le sens de la prouë & de la poupe. Mais ce qui est icy principalement considérable, c'est que l'endroit duquel on doit élever la verticale pour découvrir le *point vélique*, sera toujours situé entre *g* & *u* ; de maniére que le *point vélique*

ne doit jamais avoir moins de hauteur que *g*N, ni plus que *un*. Ainsi lorsque les hauteurs *g*N & *un* seront presque égales, ou ce qui est la même chose, lorsque *g* & *u* seront fort proche l'un de l'autre, (ce qui arrivera toutes les fois que la direction du choc horisontal de l'eau fera un grand angle avec la longueur du Naviro) on pourra regler indifféremment la Mâture sur *g*N ou *un*; ou plûtôt il n'y aura qu'à se servir toujours alors de *g*N, c'est-à-dire, qu'il n'y aura qu'à faire passer la direction SI de la voile par le point N de l'axe DH de l'impulsion de l'eau sur la prouë, qui répond exactement au-dessus de la quille. Les impulsions du vent & de l'eau se réuniront ensuite sur la verticale VNT & tireront en haut suivant cette ligne : & comme après cela le Navire ne perdra sa situation horisontale que dans le sens de sa longueur en s'inclinant vers la prouë ou vers la poupe, selon que la verticale *g*NT sur laquelle les chocs du vent & de l'eau se réunissent, sera appliquée en arriere ou en avant du centre de gravité γ de la coupe du Navire faite à fleur d'eau, on ne sera point exposé à tant de périls ; parce qu'on n'y est sur tout exposé que lorsque le Navire s'incline de côté. Fig. 17.

V.

Enfin quelquefois le point *g* sera assez éloigné du centre de gravité γ de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer, & le point *u* en sera fort proche ; alors ce sera du point *u* qu'il faudra élever la verticale *ut* pour trouver le *point vélique n* : & cela pour deux raisons principales. 1°. Le point *n* se trouvera plus élevé que le point N, & il est avantageux que le *point vélique* ait une hauteur considérable, parce qu'on a ensuite la liberté de donner à la voile un plus grand nombre de situations & qu'on peut augmenter plus facilement son étenduë. 2°. Comme le point *u* est selon la supposition fort pro-

che du centre γ, la verticale *unt* ſuivant laquelle les impulſions du vent ſur la voile & de l'eau ſur la prouë doivent agir de concert, ſe trouvera appliquée à très-peu de diſtance du centre γ; il s'en faudra par conſéquent fort peu qu'il n'y ait équilibre entre l'effort composé de ces impulſions & la pouſſée verticale de l'eau; & ainſi le Navire ne s'inclinera pas conſiderablement

---

CHAPITRE II.

Trouver la diſpoſition de la voile qui approche le plus de la perfection pour une route oblique proposée.

I.

CEpendant on peut toujours trouver exactement la diſpoſition de la voile qui approche le plus d'être parfaite, c'eſt-à-dire, la diſpoſition qui produit la moindre inclinaiſon dans le Vaiſſeau. Afin d'en expliquer plus ſenſiblement la méthode, propoſons-nous un Navire dont la coupe faite au raz de la mer, lorſqu'il flote librement
Fig. 19. par ſa ſeule peſanteur, ſoit une ellipſe AXBZ [Fig. 19.] DH eſt la direction du choc abſolu de l'eau ſur la prouë & ſur le flanc du Navire, & DL la direction du choc relatif de l'eau ſelon le ſens horiſontal. *axbz* eſt la coupe du même Navire faite au raz de la mer lorſqu'il eſt tiré en l'air par l'effort composé des chocs du vent & de l'eau. Le ſolide A*x*B*z* compris entre les deux plans AXBZ & *axbz* repreſente la partie non-ſubmergée de la carene; partie qu'on peut regarder comme cilindrique, puiſqu'il ne s'agit icy que des plus petites inclinaiſons du Navire & que la carene ne diminuë pas conſidérablement de groſſeur dans une hauteur de 10 à 12 pouces. Cette partie non-ſubmergée ſeroit partout de même épaiſſeur ſi le Navire avoit conſervé ſa ſituation horiſontale; mais les

deux plans AXBZ & *axbz* au lieu d'être paralelles vont se rencontrer dans une ligne OK qui leur sert de commune section ; & si des centres de gravité G & *g* des deux plans AXBZ & *axbz*, on abaisse des perpendiculaires GK & *g*K sur la commune section OK, langle GK*g* sera l'angle que feront les plans des deux ellipses & marquera l'inclinaison du Vaisseau. Ainsi le problême se réduit à trouver les angles GK*g* que produisent toutes les dispositions de la voile & à choisir le plus petit ; ou bien nous n'avons qu'à chercher l'expression générale des côtez GK ou *g*K & en prendre ensuite le *plus grand* : parce que plus les deux côtez GK ou *g*K d'un angle GK*g* reçoivent d'augmentation, pendant que sa base G*g* qui est l'épaisseur du solide A*x*B*z* mesurée entre les centres G & *g*, reste la même, plus cet angle devient petit. Il est certain que la partie non-submergée A*x*B*z* conserve toujours vis-à-vis des centres G & *g* la même épaisseur que si le Navire ne perdoit pas sa situation horisontale : car quelque situation que prenne le Vaisseau, il faut que la partie non-submergée de la carene soit toujours d'une même solidité, puisque l'effort composé des impulsions du vent & de l'eau, tire toujours en haut avec la même force absoluë ; & on démontre en Statique que pour qu'une tranche de prisme ou de cilindre telle que l'est à peu près A*x*B*z*, soit toujours d'une égale solidité, il faut que la distance G*g* comprise entre les centres de gravité G & *g* de ses deux bases AXBZ & *axbz*, soit toujours la même. Fig. 19.

II.

J'appelle $2a$ le grand axe AB de l'ellipse AXBZ, qui fait la longueur du Navire à prendre au raz de l'eau ; & $2p$ le parametre de ce diametre. Je nomme b la partie connuë FG du grand axe, interceptée entre le centre G & la direction horisontale DL du choc de l'eau ; & c la partie aussi connuë GL du petit axe, interceptée entre le cen-

Fig. 19. tre G & la même direction DL. Je prends ensuite à volonté sur la direction DL un point V duquel j'éleve une verticale VT. Je fais passer par ce point V, un diametre SP & des points V & P j'abaisse des perpendiculaires Vω & PI à AB; & je désigne GI par x, PI par y & VG par z. Ces trois valeurs x, y, & z sont indéterminées ou variables, afin de convenir à tous les points V de la direction DL desquels on peut élever la verticale VT, pour découvrir le *point vélique* N. Mais ces trois variables x, y, & z se réduisent d'abord à deux, parce qu'on peut trouver la valeur de z en x & en y d'une maniére qui convienne généralement aux coupes comme AXBZ de toutes sortes de figures. Par la comparaison des triangles semblables PIG, VωG, nous avons les deux proportions suivantes; $GP = \sqrt{\overline{GI}^2 + \overline{IP}^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \mid IP = y \parallel VG = z \mid V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2}}$; & $GP = \sqrt{x^2+y^2} \mid GI = x \parallel VG = z \mid \omega G = \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}}$. Et les deux triangles semblables LFG, VFω nous donnent cette autre proportion, $FG = b \mid GL = c \parallel F\omega = FG - \omega G = b - \frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}} \mid V\omega = \frac{yz}{\sqrt{x^2+y^2}}$, dont nous tirons $\frac{byz}{\sqrt{x^2+y^2}} = bc - \frac{cxz}{\sqrt{x^2+y^2}}$ qui se reduit à $byz + cxz = bc\sqrt{x^2+y^2}$ & à $z = \frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$. C'est pourquoi nous continuërons de marquer GI par x, & IP par y; mais au lieu de marquer VG par z, nous le ferons par $\frac{bc\sqrt{x^2+y^2}}{by+cx}$.

III.

Je considere maintenant que lorsque la direction de la voile passera par le point N, les impulsions du vent sur la voile & de l'eau sur la prouë se réuniront dans la verticale VNT & tendront à faire incliner le Navire en le tirant

en haut ſelon cette verticale, juſqu'à ce qu'il y ait équilibre de part & d'autre du centre de gravité du Navire entre leur effort composé & la pouſſée verticale de l'eau qui agit dans le centre de gravité de la partie ſubmergée. Or cet équilibre ne ſe trouve que lorſque le centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée $AxBz$ de la carene, ſera venu ſe placer dans la verticale VNT : car ce que nous avons dit de cet équilibre dans les Articles II. & III. du Chapitre V. de l'autre Section, en parlant des Vaiſſeaux ſituez horiſontalement, a lieu dans les Vaiſſeaux qui ne ſont que fort peu inclinez : & cela parce que le centre de gravité d'un Navire incliné de la ſorte, répond encore à peu près au-deſſus ou au-deſſous du centre de gravité de ſa carene. Fig. 19.

Il s'enſuit de-là que, pour découvrir l'inclinaiſon que doit produire dans le Navire l'effort composé des impulſions du vent & de l'eau qui tire en haut ſelon chaque verticale VT, nous n'avons qu'à chercher à quelle diſtance GM ou GK les plans AXBZ & $axbz$ ſe rencontrent, lorſque le centre de gravité γ du ſolide $AxBz$ ſe trouve dans chaque verticale VT. Pour cela on appellera u la diſtance GM, & on cherchera d'abord par les méthodes que fournit la Statique, en feignant que u eſt connue, combien le centre de gravité γ de la partie non-ſubmergée $AxBz$ eſt au-delà de G. La valeur $G\gamma$ renfermera certainement quelque puiſſance de u & ſi on forme enſuite une équation dans laquelle cette valeur $G\gamma$ ſoit un des membres & de la diſtance $GV = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$ l'autre membre à cauſe que le centre de gravité γ doit répondre ſous la verticale VT pour que le Navire ne change point d'état, il ſera facile de trouver la valeur de u, en réſolvant l'équation. Il faut remarquer que le centre de gravité γ n'eſt preſque jamais placé ſous la ligne GK, quoique cette ligne ſoit perpendiculaire à la commune Section KO des plans AXBZ & $axbz$; car cette ligne ne diviſe pas

Fig. 19. par la moitié les petits rectangles verticaux tels que $XZzx$ qui sont paralelles à la commune Section KO, & qui servent d'élemens au solide $AxBz$. Ici, par exemple, où la coupe AXBZ est une ellipse, & où XZ est un diametre paralelle à KO ou perpendiculaire à GK, c'est le diametre SP conjugué de XZ qui partage par la moitié tous ces rectangles élementaires; & c'est par conséquent sous ce diametre que doit être situé le centre de gravité γ. Mais cherchant enfin la distance $G\gamma$ par rapport à $GM = u$, on trouve $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times u}$ ou $\frac{x^2 + y^2}{4u}$ par la substitution de $x^2 + y^2$ à la place $\overline{GP}^2$. Et l'équation indiquée cy-dessus de $G\gamma = \frac{x^2 + y^2}{4u}$ & de $VG = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$, est $\frac{x^2 + y^2}{4 \times u} = \frac{bc\sqrt{x^2 + y^2}}{by + cx}$; de laquelle on peut deduire $u = \frac{\sqrt{x^2 + y^2} \times \overline{cx + by}}{4bc}$.

IV.

Ayant ainsi déterminé la valeur de $u = GM$, il nous faut chercher la raison de GM à GK, afin de pouvoir trouver GK. Il est sensible que cette raison doit dépendre de la figure de la coupe AXBZ & qu'il sera toujours possible de la découvrir par l'examen qu'on fera de cette figure. Pour icy nous menerons par le point P la ligne RQ paralellement à la commune Section KO des deux coupes AXBZ & *axbz*; cette ligne RQ sera tangente à l'ellipse AXBZ, puisqu'elle sera paralelle au diametre XZ conjugué de SP; & comme le rapport de GM à GK sera le même que celui de GP ($= \sqrt{x^2 + y^2}$) à GR, il est évident que nous n'avons qu'à chercher GR. Or c'est une propriété de l'ellipse que $\| \; GI = x \mid GB = a \mid GQ = \frac{a^2}{x}$. Ainsi $IQ = GQ - GI = \frac{a^2 - x^2}{x}$; & puisque le triangle PIQ est rectangle, son hypotheneuse PQ doit être $= \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x^2} = \sqrt{\overline{IQ}^2 + \overline{IP}^2}$. Et enfin à cau-

se

ſe des triangles PQI, GQR, qui ſont ſemblables (puiſ- Fig. 19.
qu'ils ont un angle commun Q, & qu'ils ſont outre cela rectangles; le triangle PQI en I, parce que l'ordonnée PI eſt perpendiculaire au grand axe AB, & le triangle GQR en R, parce que la tangente QR eſt paralelle au diametre ZX qui eſt perpendiculaire à GK) nous avons la proportion $PQ = \frac{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}{x} \mid PI = y \parallel GQ = \frac{a^2}{x} \mid GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}$; enſuite de quoi la proportion $GP = \sqrt{x^2 + y^2} \mid GR = \frac{a^2y}{\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}} \parallel GM = \frac{by + cx\sqrt{x^2 + y^2}}{4bc} \mid GK$, nous donne . . . . $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4b\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + x^2y^2}}$ pour la diſtance requiſe GK du centre G, à la commune Section KO des plans des deux coupes AXBZ & *axbz*.

V.

Dans cette valeur de GK il y a deux variables x & y; mais puiſque nous en ſçavons le rapport par l'équation $\frac{a}{p}y^2 = a^2 - x^2$ qui exprime la nature de l'ellipſe, nous n'avons qu'à ſubſtituer $pa - \frac{px^2}{a}$ à y^2, & la valeur dont il s'agit ne contiendra plus que x de ſeule variable. Il vient $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}}$ qui eſt donc l'expreſſion génerale de GK, & qui marque à quelle diſtance du centre G, les plans des deux ellipſes AXBZ, *axbz* vont ſe rencontrer. C'eſt pourquoi il ne reſte plus qu'à faire un *maximum* de cette expreſſion; puiſque, comme nous l'avons deja dit, plus les plans des deux ellipſes iront ſe rencontrer en OK à une grande diſtance GK du centre G, plus l'angle

Fig. 19. GKg ſera petit de même que l'inclinaiſon du Navire. Je prends donc la différentielle de $\frac{a^3bp - abpx^2 + a^2cx\sqrt{ap - \frac{p}{a}x^2}}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + apx^2 + x^4 - \frac{p}{a}x^4}}$ & l'égalant à zéro, je trouve après quelque réduction $x = \sqrt{\frac{a^5c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$, ce qui fait voir que l'ordonnée PI doit être éloignée du centre G de la diſtance GI $= \sqrt{\frac{a^5c^2}{a^3c^2 + b^2p^3}}$. On conduira enſuite de l'extrémité P de cette ordonnée le diametre PS; & ſi du point V où ce diametre coupe la direction horiſontale DL du choc de l'eau, on éleve la verticale VT, cette verticale déterminera par ſon concours avec l'axe DH du choc abſolu de l'eau, le *point vélique* N par lequel il faudra faire paſſer la direction de la voile.

VI.

On voit aſſez que la méthode qu'on vient de ſuivre pourra s'appliquer à toutes ſortes de figures, & qu'on trouvera toujours par la même voye la ſituation de la voile qui fera le moins incliner le Vaiſſeau. Mais comme il pourroit arriver que cette diſpoſition qui approche le plus de ſa perfection ſeroit encore trop imparfaite pour qu'on pût s'en ſervir avec confiance, il faudra examiner de combien elle pourra faire pancher le Navire. Il n'y aura pour cela qu'à introduire les valeurs de x & de y dans l'expreſſion $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$ de la diſtance GK du point G à la ligne de rencontre KO des deux coupes AXBZ, *axbz*; & ſi cette diſtance GK ſe trouve de plus de 10 ou 12 pieds, la diſpoſition de la Mâture aura autant de perfection qu'il eſt néceſſaire dans la pratique: car comme Gg n'eſt que de 3 ou 4 pouces lorſque le vent ſouffle avec le plus de force, l'angle GKg de la plus grande inclinaiſon du Navire ne ſera que d'un ou deux degrez. Lorſqu'on déterminera

le *point vélique* par les regles du Chapitre précedent, Fig. 19.
on pourra trouver de la même maniére jusqu'où doit aller l'inclinaison : car l'expression $\frac{a^2by^2 + a^2cyx}{4bc\sqrt{a^4 - 2a^2x^2 + x^4 + y^2x^2}}$ est génerale & designe la distance GK à laquelle les plans des deux ellipses ABXZ, *axbz* vont se rencontrer pour tous les divers points V de la ligne DL, desquels on peut élever la verticale VNT. Mais pour juger plus aisément de l'inclinaison du Navire, nous n'avons qu'à nous servir immédiatement de l'équation $G\gamma = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times GM}$ qui marque la relation de la distance GM à la quantité $G\gamma$ dont le centre de gravité γ de la partie non-submergée A*x*B*z* de la carene est éloigné du point G. Nous regarderons $G\gamma$ comme connuë, parce que le centre de gravité γ doit répondre sous la verticale VNT; & si nous cherchons GM, il nous viendra $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$: desorte qu'il suffit de diviser le quarré de la moitié du diametre PS sur lequel se trouve le point V, par le quadruple de la distance de ce point ou du centre de gravité γ au point G, & on aura la distance GM à laquelle les deux ellipses vont se rencontrer sur le diametre SP. Si le point V est, par exemple, éloigné du point G de trois pieds, & que le demi diametre GP soit de 16 pieds, on trouvera que GM est de $21\frac{1}{3}$ pieds; & il sera ensuite facile de voir, même sans calcul, si la distance GK est assez grande pour rendre l'inclinaison du Navire insensible. Il faut remarquer de plus qu'on peut appliquer la formule même $GM = \frac{\overline{GP}^2}{4 \times G\gamma}$ à la plûpart des Navires, parce que si la figure de leur coupe faite à fleur d'eau n'est pas tout-à-fait elliptique, elle n'en différe pas ordinairement assez, pour qu'il y ait beaucoup de différence dans le centre de gravité γ du solide A*x*B*z*. Or nous ne doutons point qu'on ne trouve toujours de cette sorte que le *point vélique* que nous venons de déterminer, est suffisam-

ment bon, & qu'on peut même auſſi ſe ſervir avec sûreté dans tous les Vaiſſeaux ordinaires, des autres *points véliques* que nous avons indiquez dans le Chapitre précédent.

CHAPITRE III.

Où l'on montre l'endroit où il faudroit appliquer le Mât ſi on n'en donnoit qu'un ſeul à chaque Vaiſſeau; & l'on explique deux maniéres de faire paſſer dans les routes obliques, la direction de la voile par le point vélique.

I.

LOrſqu'on conſidere le Vaiſſeau dans la route directe, il paroît indifferent en quel endroit de la quille planter le Mât: car la voile peut être plus ou moins avancée vers la prouë, & que ſa direction paſſe toujours exactement par le *point vélique*. Mais en conſidérant un Navire lorſqu'il ſuit une route oblique, on voit évidemment qu'en quelqu'endroit de la direction DH du choc de l'eau on ſuppoſe le *point vélique*, il faut toujours mettre le Mât dans l'endroit où la direction relative horiſontale du choc de l'eau coupe la quille. S'il s'agit, par exemple, du Navire de la Figure 17, il faudra arborer ſon Mât en *g*, à moins qu'on ne veüille donner à ce Navire une voile comme celle qui eſt repréſentée dans cette Figure: Mais cette voile ne ſeroit point propre pour la route directe. C'eſt Monſieur (Jean) Bernoulli qui a le premier reconnu la véritable place du Mât, comme on le peut voir dans ſon excellent *Eſſai de manœuvre*: mais notre théorie nous fait auſſi découvrir la même choſe. Il eſt clair qu'il faut que le Mât ſoit planté en *g* pour que la direction de l'impulſion du vent ſe trouve exactement dans le même plan vertical que la direction du choc de l'eau ſur la prouë; &

Fig. 17.

c'eſt une néceſſité que ces deux directions ſoient exactement dans un même plan vertical, afin que des deux impulſions, il puiſſe réſulter un effort composé vertical, & que le Navire étant tiré exactement en haut, il puiſſe ſuivre conſtamment la même route.

II.

Quant à la maniére de faire paſſer enſuite la direction de la voile par le *point vélique*, nous pouvons le faire de deux façons différentes. Nous n'avons d'abord qu'à laiſſer toujours la voile dans ſa ſituation verticale, mais diminuer ſa hauteur juſqu'à ce que ſon centre d'effort ſe trouve vis-à-vis du *point vélique*. a exprimant la largeur de la voile par en bas comme dans le Chapitre IX. de l'autre Section; c la largeur de la voile par le milieu, & e la largeur par en haut, ſon centre d'effort ſera toujours ſitué à la même partie de ſa hauteur, & il n'y aura qu'à faire cette analogie, $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ eſt à la hauteur du point vélique n, vis-à-vis duquel le centre d'effort de la voile doit répondre, comme $a + 2c + e$ ſera à la hauteur qu'il faudra donner à la voile. Et ſuppoſé que le Navire prenne une route plus ou moins oblique & que le *point vélique* n monte ou deſcende, il n'y aura qu'à répéter l'analogie précédente; ou ce qui eſt la même choſe, il n'y aura qu'à ſe ſervir toujours de la formule $u = \frac{a + 2c + e}{\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e} \times h$, en mettant à la place de h la hauteur qu'aura actuellement le *point vélique* au-deſſus du Navire, & on trouvera la hauteur u qu'il faudra donner à la voile. On pourroit ici faire attention à l'impulſion du vent ſur le corps du Navire; mais la grandeur que nous donnons à nos voiles, fait que nous pouvons négliger cette impulſion & la regarder comme inſenſible.

III.

Nous nous servirons le plus souvent de la méthode précedente de disposer la voile, parce qu'elle est très-simple & très-commode. Mais si le *point vélique* se trouvoit tout-à-fait bas, comme cela peut arriver dans certains Vaisseaux lorsqu'ils singlent fort obliquement par rapport à leur quille, on ne pourra pas alors se servir de la disposition précedente, parce que la voile auroit trop peu d'étenduë, & il faudra absolument avoir recours à la seconde disposition que nous allons expliquer. C'est de conserver à la voile sa même hauteur, de lui donner toujours, si on veut, toute la hauteur qu'elle auroit dans la route directe, mais de l'incliner plus ou moins, selon que le *point vélique* sera plus ou moins bas. C'est ce que nous avons représenté dans la Fgure 10, où DH est la direction du choc
Fig. 10. absolu de l'eau sur la prouë, & *n* le *point vélique* que nous avons déterminé en abaissant du centre de gravité *γ* de la coupe horisontale du Navire faite au raz de la mer la perpendiculaire *γu* sur la direction D*u* choc relatif horisontal de l'eau, & en élevant du point *u* la verticale *un*. On voit que la direction *n*IK de la voile répond exactement au-dessus de D*u*, & qu'elle passe par le *point vélique n*, quoique ce point soit assez bas, & qu'on se serve de toute la hauteur du Mât. Mais pour que la voile puisse descendre depuis le sommet T jusqu'à la piéce de bois VO qui est horisontale, & qui est appuyée sur le Navire, il faut qu'on puisse l'étendre à mesure qu'on l'incline; puisque la distance TL devient de plus grande en plus grande. C'est pourquoi la voile APRB doit être beaucoup plus haute que ne l'exige la hauteur verticale VT; & lorsqu'on voudra la placer verticalement, il faudra envelopper l'excès de sa hauteur & le plier contre une des vergues, à peu près de la même maniére que les Marins font certains plis à leurs voiles, qui en diminuent l'étenduë lorsque le

vent devient trop rapide, & qu'ils ont lieu de craindre une trop forte impulsion. On doit encore remarquer que comme la vergue EF lorſqu'il y en aura une au milieu de la voile, ne pourra pas être arrêtée contre le Mât, & qu'elle en doit être plus ou moins éloignée, ſelon que la voile ſera plus ou moins inclinée, il ſera néceſſaire de mettre au deſſous une piéce de bois MS pour la ſoutenir. Cette piéce de bois ſera arrêtée par une extrémité contre le Mât, & ſoutenuë par l'autre par quelque cordage QM. On aura encore beſoin de pluſieurs autres manœuvres dont nous abandonnons la diſpoſition à la prudence & à l'expérience des Marins; il faudra, par exemple, trouver le moyen de donner facilement différentes ſituations aux piéces de bois VO & SM par rapport à la quille, & il faudra auſſi des cordages pour mouvoir les vergues EF & AB le long de ces piéces de bois.

Mais pour montrer comment on inclinera donc la voile, de maniére que ſa direction *n*IK paſſe effectivement par le *point vélique n*; nous ferons d'abord remarquer que comme cette direction *n*IK eſt exactement perpendiculaire à la voile, parce qu'un fluide qui choque une ſurface la pouſſe toujours perpendiculairement, le centre d'effort I doit être ſur la circonference d'un demi cercle qui auroit pour diametre une ligne tirée du haut du Mât au *point vélique n*. Ainſi dans la Figure 21 où VT eſt le Mât Fig. 21.
& *n* le *point vélique*, nous n'avons qu'à conduire la ligne T*n*, & traçant ſur cette ligne comme diametre le demi cercle TIY*n*, ce demi cercle ſera *un lieu géométrique* ſur lequel doit ſe trouver néceſſairement le centre d'effort I de la voile TIL; puiſque ſans cela l'angle TI*n* formé par la voile & par ſa direction *n*IK ne ſeroit pas droit. Mais ſi nous conſidérons de plus, qu'en conduiſant du centre d'effort I, la ligne horiſontale IS juſqu'à la rencontre du Mât, cette ligne doit partager la hauteur VT du Mât en même raiſon que la hauteur inclinée LT de la voile, nous concluërons que VS eſt à VT dans le rap-

port de $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$ à $a + 2c + e$. Ainſi rien ne ſera plus
Fig. 21 facile que de tracer la ligne droite SI qui eſt le *ſecond lieu* ſur lequel le centre d'effort I doit encore ſe trouver. Il n'y aura qu'à faire cette proportion ; $a + 2c + e$ eſt à $\frac{1}{6}a + c + \frac{5}{6}e$, comme la hauteur VT du Mât eſt à VS : & conduiſant enſuite du point S, la ligne horiſontale SL, cette ligne déterminera en I ſur le demi cercle TIYn, l'endroit où on doit mettre le centre d'effort I. De ſorte qu'il ne reſtera plus qu'à faire paſſer la voile par ce point, & à l'étendre depuis le ſommet T du Mât juſqu'à la ligne horiſontale VL.

On pourra tracer une figure dans laquelle on exécutera en petit la conſtruction précédente, & il ſera facile de voir ſur cette figure la hauteur inclinée de la voile, & la diſtance de ſa baſe au pied du Mât. Mais ſi on veut pour une plus grande exactitude trouver les mêmes choſes par le calcul, on n'a qu'à du *point vélique n* abaiſſer par la penſée la perpendiculaire nY ſur le Mât ; du centre C du demi cercle TIYn tirer la perpendiculaire CW ſur nY, & reprolonger IS juſqu'en X. Si on déſigne enſuite la hauteur VT du Mât par la lettre b, la hauteur *un* du *point vélique n* par h, la quantité Vu ou Yn dont le point vélique eſt éloigné du Mât par f, & le rapport connu de LI à LT ou de VS à VT par les lettres p & q ; on aura $YT = VT - VY = b - h$, $WC = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$, puiſque WC doit être la moitié de YT de même que Wn l'eſt de $Yn = f$: & conſidérant que le triangle CWn eſt rectangle en W & que Cn en eſt l'hypoteneuſe, on aura $Cn = \sqrt{\overline{WC}^2 + \overline{Wn}^2} = \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$. De plus ſi nous cherchons VS par cette proportion, $q \mid p \parallel VT = b \mid \frac{p}{q}b$, & que de $VS = \frac{p}{q}b$ nous en ôtions $VY = un = h$, il nous viendra YS ou $WX = \frac{p}{q}b - h$, & retranchant WX de $WC = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}h$ nous aurons $XC = \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qh - pb}{q}$. Ainſi

dans

dans le triangle rectangle CXI nous connoîtrons deux cô- Fig. 21.
tez XC & IC, puiſque XC $= \frac{\frac{1}{2}qb + \frac{1}{2}qh - pb}{q}$ & que IC $=$ Cn, $= \sqrt{\frac{1}{4}b^2 - \frac{1}{2}bh + \frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{4}f^2}$: Nous trouverons donc aiſément le troiſiéme côté IX $= \sqrt{\overline{CI}^2 - \overline{CX}^2} = \frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}}{q}$ & ſi de IX nous en retranchons SX qui eſt égale à YW $= \frac{1}{2}f$, il nous reſtera IS $= -\frac{1}{2}f + \frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}}{q}$. Enſuite de quoi nous n'aurons plus qu'à faire cette proportion qui eſt fondée ſur la reſſemblance des triangles IST & LVT ; ST $=$ VT $-$ VS $= b - \frac{pb}{q}$ | IS $= -\frac{1}{2}f +$ . . . . $\frac{\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh}}{q}$ + &c. ‖ VT $= b$ | LV, & nous trouverons LV $= \frac{-\frac{1}{2}qf + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - q^2bh + pqb^2 + pqbh - p^2b^2}}{q-p}$, *formule* par le moyen de laquelle on ſçaura combien il faut incliner la voile, ou combien il faut l'éloigner par en bas du pied du Mât. Et, ajoutant le quarré de LV avec celui de VT & prenant la racine quarrée de la ſomme, nous verrons après quelques réductions que la hauteur inclinée LT de la voile doit être égale à . . . .

$$\frac{\sqrt{\overline{q^2 - qp} \times \overline{b^2 - bh} + \frac{1}{2}q^2f^2 - qf\sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bh + \overline{pq - p^2} \times b^2}}}{q-p}$$

Ainſi lorſque nous aurons déja déterminé la hauteur b du Mât, qui eſt égale à la hauteur de la voile dans la route directe, & qu'il ſera queſtion de régler l'inclinaiſon de la voile pour une route oblique propoſée ; nous n'aurons qu'à chercher le *point vélique n* qui convient à cette route, & auſſi-tôt que nous aurons trouvé ſa hauteur $un = h$ & ſa diſtance V$u = f$ au Mât, nous aurons en termes entiérement connus la quantité VL $= \frac{-\frac{1}{2}qf + \sqrt{\frac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bh + \overline{pq - p^2} \times b^2}}{q-p}$ dont la voile doit être éloignée par en bas du pied du Mât pour que ſa direction uIK paſſe par le point vélique ; &

Fig. 21. nous connoîtrons auſſi la hauteur LT $=$

$$\frac{\sqrt{\overline{q^2 - qp} \times \overline{b^2 - bh} + \tfrac{1}{2}q^2f^2 - qf\sqrt{\tfrac{1}{4}q^2f^2 - \overline{q^2 + pq} \times bh + \overline{pq - p^2} \times b^2}}}{q - p}$$

qu'on ſera obligé de lui donner en même-tems à cauſe de ſon inclinaiſon. Mais pour rendre les formules précédentes beaucoup plus ſimples, nous n'avons qu'à conſidérer que comme les quantitez q & p ne ſont point abſoluës, & qu'elles ne font qu'exprimer le rapport de la hauteur de la voile à la hauteur de ſon centre d'effort, on peut les ſuppoſer de quelle grandeur on voudra, pourvû qu'on n'altere point la raiſon qui eſt entr'elles. Or ſi on fait q égale à la hauteur b du Mât, p ſera égale à l'élevation qu'avoit le *point vélique* dans la route directe. Ainſi nommant H cette élevation, nous pourrons ſubſtituer b & H, à la place de q & de p, dans les valeurs de VL & de LT. Nous trouverons

$$VL = b \times \frac{-\tfrac{1}{2}f + \sqrt{\tfrac{1}{4}f^2 + \overline{b - H} \times \overline{H - b}}}{b - H}, \text{ \& } LT =$$

$$b \times \frac{\sqrt{\overline{b - H} \times \overline{b - b} + \tfrac{1}{2}f^2 - f\sqrt{\tfrac{1}{4}f^2 + \overline{b - H} \times \overline{H - b}}}}{b - H};$$

& ces formules ſont effectivement moins compliquées que les précédentes.

CHAPITRE IV.

De la néceſſité de donner deux voiles aux Vaiſſeaux & de la maniére de les diſpoſer.

I.

NOus avons vû au commencement du Chapitre précedent que lorſqu'on ne donne qu'un Mât au Navire, il faut l'arborer dans l'endroit où la direction relative horiſontale du choc de l'eau coupe la quille : mais il ſe préſente en cela quelque difficulté. Car lorſque le Navire prend des routes de différentes obliquitez, la direc-

tion DV du choc relatif horiſontal de l'eau doit changer de place, & comme cette direction peut rencontrer enſuite la quille en differens endroits, on doit être embaraſſé quel point choiſir pour la place du Mât. On voudra peut-être chercher la direction DV pour differens chocs & prendre enſuite le point de la quille où ces directions concourent en plus grand nombre : c'eſt-là le ſentiment de Monſieur Bernoulli dans ſon Eſſay de Manœuvre ; & comme il croit que toutes les directions du choc de l'eau concourent vers le milieu du Navire, il dit qu'il n'y a qu'à planter le Mât en cet endroit. Mais ſi on ſuit cette regle, la Mâture ne ſera toujours propre que pour une certaine route & il ne faudra pas que le Navire ſuive une autre obliquité. Fig. 20.

II.

Pour faire ceſſer cet inconvenient, nous tranſporterons en Z [Figure 22.] à l'extremité de la prouë, la voile LM que nous nous propoſions de mettre en V ; c'eſt-à-dire, que nous mettrons en Z la voile dont nous avons déterminé la hauteur pour la route directe dans la Section précedente. Mais nous mettrons en Y à l'extremité de la poupe une autre voile *LM* de même hauteur que la premiere : & nous ferons enſorte que la direction compoſée *n*K de ces deux voiles paſſe exactement par le *point vélique* *n*. Il eſt clair que ces deux voiles agiront enſuite de la même maniére que le feroit une ſeule qui ſeroit appliquée en V & dont *n*K ſeroit la direction. Mais il y aura cette différence qu'on ne ſçauroit ſouvent venir à bout avec une ſeule voile de faire paſſer la direction *n*K par le *point vélique n* ; au lieu que cela ſera toujours facile par le moyen de nos deux voiles. Si le point vélique ſe trouve, par exemple, plus avancé vers la prouë lorſqu'on change de route, il n'y aura qu'à expoſer au vent une plus grande partie de la voile qui eſt en Z ; ou bien une plus petite de celle qui eſt en Y ; parce que la direction compoſée de Fig. 22.

Fig. 22. deux puiſſances ſe trouve toujours plus proche de la puiſſance qui fait le plus d'effort. En un mot pour faire enſorte que l'impulſion des deux voiles tombe toujours ſur la ligne *n*K, il n'y aura qu'à leur donner des étenduës qui ſoient en raiſon réciproque de leurs diſtances au point V. Nous conſerverons toujours la même largeur à la voile LM qui doit être la plus grande, parce qu'elle eſt dans toutes les routes, plus proche de la direction du choc de l'eau; & nous n'aurons donc toujours qu'à faire cette analogie, pour trouver la largeur que doit avoir l'autre voile dans chaque route: YV eſt à ZV comme la largeur de la voile LM eſt à la largeur de la voile *LM*.

III.

On pourroit appliquer encore, comme le font les Marins, une troiſiéme voile vers le milieu du Navire & une quatriéme à l'extrémité de la prouë, en inclinant ſon Mât en dehors du Navire: & il n'y auroit toujours qu'à mettre toutes ces voiles en équilibre de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, & leur donner une hauteur convenable. Mais cette troiſiéme & cette quatriéme voiles ne feroient que cauſer de l'embarras, & il eſt évident qu'elles ſeroient ici inutiles, à cauſe de la grande largeur que nous donnons aux deux autres. D'ailleurs nous retirerons de nos deux voiles LM & *LM* tous les avantages qu'on peut ſouhaiter: car comme nous les mettons aux deux extrémitez du Vaiſſeau à une fort grande diſtance de ſon centre de gravité, elles ſeront très-propres à le faire tourner en toutes ſortes de ſens, & à le faire paſſer d'une route à l'autre; ce qui eſt le principal objet de la Manœuvre. Tant que nous ne toucherons point à ces deux voiles, le Vaiſſeau ſuivra conſtamment la même route, ſans ſe mouvoir par élans, comme le font les Navires dont la Mâture eſt diſpoſée ſelon les régles vulgaires. Mais auſſi-tôt que nous altererons un peu l'équilibre, auſſi-tôt que nous di-

minuërons un peu de l'étenduë de la voile de la prouë, ou de celle de la poupe, le Navire obéira à l'impreſſion de l'autre voile, & préſentera ſa prouë plus ou moins vers le vent, comme on ſe le propoſoit. Fig. 12

IV.

Il faut remarquer qu'on ne doit pas avoir à préſent la même facilité à gouverner les Vaiſſeaux : car les Marins ne font aucune attention à la ſituation de la direction du choc de l'eau, & ils ne penſent point à rendre les voiles plus ou moins grandes de part & d'autre de cette direction, ſelon qu'elles en ſont plus ou moins proche. Ils donnent le nom de *grande* à la voile qu'ils mettent au milieu du Navire, & ils la font effectivement toujours plus grande d'une certaine quantité. Cependant comme les Navires ont une infinité de différentes figures, le point V par lequel paſſe la direction relative horiſontale du choc de l'eau, ne doit pas être toujours ſitué de la même façon ; & ce point doit être encore ſouvent ſujet à changer par l'obliquité des routes. Ainſi c'eſt une faute extrémement ſenſible de faire toujours la voile du milieu plus grande que celle de la prouë, & de la faire toujours plus grande dans un certain rapport. C'eſt ce qui eſt cauſe que les Navires n'ont pas une égale indifférence à ſe mettre dans toutes ſortes de ſituations : & ils tendent preſque tous à préſenter leur prouë au vent, parce que les voiles de l'arriére ſont trop grandes par rapport à celles de la prouë, & qu'elles pouſſent la poupe ſous le vent avec trop de force. Il arrive enſuite qu'on a toutes les peines du monde à contenir les Vaiſſeaux ſur leur même route, & qu'il faut pour les redreſſer, avoir ſans ceſſe la main au gouvernail; & c'eſt ce qui retarde beaucoup la viteſſe de leur ſillage, parce qu'en même-tems que le gouvernail les pouſſe de côté, il les pouſſe auſſi vers l'arriere. Mais ce ne ſera plus la même choſe, auſſi-tôt que nous aurons mis l'équilibre entre nos voiles : car nous

Fig. 22. n'aurons plus ſi ſouvent beſoin du gouvernail ; & les voiles employeront tout leur effort à faire avancer le Navire.

V.

Voici donc ce qu'il nous faudra obſerver dans la Mâture de tous les Vaiſſeaux. Nous mettrons deux Mâts verticaux en Z & en Y aux extrémitez de la prouë & de la poupe : nous leur donnerons une égale hauteur, la hauteur qu'exige l'élevation du *point vélique* dans la route directe ; & nous appliquerons au premier de ces Mâts la plus grande de nos voiles, celle qui eſt deſtinée pour la route directe & dont nous avons déterminé les dimenſions dans l'autre Section. Mais pour trouver la largeur de l'autre voile, nous chercherons les directions DV du choc relatif horiſontal de l'eau pour différentes routes, & examinant le point V le plus avancé vers la poupe où ces directions coupent la quille, nous donnerons à la voile *LM* de la poupe la largeur néceſſaire pour qu'elle ſoit en équilibre avec la voile LM de la prouë, autour de ce point V. Nous réglerons enſuite ſur cette largeur, la longueur des vergues de la voile *LM* ; parce que c'eſt lorſque le point V eſt le plus avancé vers la poupe que cette voile doit avoir le plus d'étenduë : &, dans tous les autres cas, nous ne nous ſervirons que d'une partie de ſa largeur, que nous déterminerons par l'analogie que nous avons rapportée à la fin de l'article II. de ce Chapitre. Enfin nous ferons paſſer la direction compoſée *n*K des deux voiles LM & *LM* par le *point vélique n*, en diſpoſant ces voiles de la même maniére que nous en diſpoſerions une ſeule qui ſeroit appliquée en V. Nous imaginerons pour cela deux points S & *ſ* ſituez par rapport aux Mâts ZT & Y*T* de la même maniére que le *point vélique n* ſeroit ſitué par rapport au mât planté en V ; c'eſt-à-dire, que nous concevrons ces deux points à la hauteur *un* au-deſſus du Navire & à la diſtance V*u* des deux Mâts : & il ne nous reſtera plus en-

ſuite qu'à incliner nos voiles ou bien à diminuer leur hau- Fig. 22.
teur, comme nous l'avons expliqué dans le Chapitre précédent, juſqu'à ce que leurs directions particuliéres SX & *ſx* paſſent par ces deux points S & *ſ* comme par deux *points véliques.* Il eſt ſenſible que comme les directions particulieres SX & *ſx* de nos voiles, ſeront dans le même plan que *n*K & que leurs efforts particuliers ſeront en raiſon réciproque de leurs diſtances à cette ligne, leur effort mutuel ou composé ne pourra pas manquer de tomber ſur *n*K.

V I.

Au ſurplus, quoiqu'on puiſſe ſe ſervir de cette maniére de diſpoſer les voiles dans tous les Vaiſſeaux ordinaires, on doit cependant ſe ſouvenir toujours qu'elle n'eſt pas entierement parfaite, & que le Navire ſera toujours ſujet à s'incliner un peu, parce que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau qui ſe réunit ſur la verticale *un*, eſt appliqué au point *u*, au lieu qu'il devroit être appliqué au centre de gravité γ de la coupe horiſontale du Navire faite à fleur d'eau, comme nous l'avons prouvé dans le Chapitre VI. de la premiere Section. Mais ſi on ſouhaite que nous donnions une diſpoſition tout-à-fait parfaite à la Mâture, nous pourrons en venir à bout avec aſſez de facilité, maintenant que nous nous ſervons de pluſieurs voiles. C'eſt ce qu'on verra dans les deux Chapitres ſuivans, où nous entreprenons de faire en ſorte que les Vaiſſeaux ne s'inclinent point du tout, dans les routes les plus obliques.

CHAPITRE V.

Maniére de rendre dans toutes sortes de Vaisseaux, avec le secours de plusieurs voiles, la Mâture exactement parfaite pour les routes obliques.

I.

JE suppose toujours, comme cy-devant, qu'on a déja trouvé le centre de gravité G de la coupe horisontale AXBS [Fig. 23.] du Navire faite au raz de la mer, & la direction DH du choc absolu de l'eau sur la prouë & sur le flanc du Navire, avec la direction DL du même choc rapporté au plan horisontal. On sçait que l'effort composé de ce choc absolu de l'eau sur la prouë & du choc du vent sur les voiles, doit être aussi exactement vertical lorsqu'il y a trois voiles, ou lorsqu'il y en a deux, que lorsqu'il n'y en a qu'une seule : car si cet effort composé agissoit sur une direction inclinée en avant ou en arriere, ce seroit une marque que le choc total du vent pousseroit dans le sens de la route avec plus ou moins de force que le choc de l'eau sur la prouë dans le sens contraire, & le Navire au lieu d'avancer avec un mouvement uniforme augmenteroit ou diminueroit sa vitesse. La question se réduit donc toujours à faire que l'effort composé des chocs du vent & de l'eau ait la verticale GT du centre de gravité G pour direction; parce que cet effort composé étant ainsi appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, il le sera aussi sensiblement au centre de gravité de la partie non-submergée de la carene, & on sçait * qu'il n'en faut pas davantage pour que le Navire reste continuellement de niveau pendant sa marche.

Fig. 23.

* Voyez les Art. II. & III. du Ch. VI. de la I. Sect.

II

Fig. 23.

II.

Pour faire que l'effort composé des chocs du vent ſur les voiles & de l'eau ſur la prouë tombe effectivement dans la verticale GT du centre de gravité G, il n'y a qu'à prendre toujours un point C de la direction DH du choc de l'eau pour ſervir de *point vélique* ; on fera paſſer par ce point C la direction CI d'une voile qui ſoit telle que l'impulſion qu'elle recevra ſelon CI & l'impulſion de l'eau ſur la prouë ſelon DH, ſe réuniſſent dans une direction composée CR qui rencontre la verticale GT du centre G en quelque point N : & après cela il ne reſtera plus qu'à faire paſſer par ce point N, comme par un *ſecond point vélique*, la direction NK d'une autre voile, de maniére que la verticale GT ſe trouve être la direction composée de cette direction NK, & de CR qui eſt déja direction composée de CI & de DH. Car de cette ſorte la verticale GT ſera direction composée de DH, de CI & de NK ; c'eſt-à-dire, du choc de l'eau ſur la prouë & des deux chocs du vent ſur les deux voiles, & par conſequent l'effort composé de ces trois chocs, ſera appliqué au centre de gravité G, comme nous nous propoſions de le faire.

III.

Il dépendra de nous, de placer comme nous le voudrons la direction CI de la premiere voile, pourvû que le plan PCON qui paſſe par cette direction & par celle DH du choc de l'eau, puiſſe déterminer, par ſa rencontre avec la verticale GT, le *ſecond point vélique* N. Et ſi on tire de ce point N, des paralelles NP & NO à l'axe DH du choc de l'eau & à la direction CI du choc du vent ſur la premiere voile, on aura un paralellograme PCON, dans lequel prenant l'eſpace CO ſur l'axe DH pour repreſenter l'impulſion de l'eau, la partie CP de la direction CI

N

Fig. 23. marquera, comme il eſt évident, la grandeur que doit avoir le choc du vent ſur la premiere voile, pour que CN qui eſt la diagonale du paralellograme PCON, puiſſe être la direction composée de CI & de DH. Cette direction composée CN eſt inclinée vers la poupe, parce que la premiere voile n'eſt pas ſeule aſſez forte pour s'oppoſer à l'impulſion ou à la réſiſtance de l'eau : mais l'autre voile doit ſuppléer, comme on le ſçait, au défaut de la premiere, & rendre la direction composée verticale. C'eſt pourquoi, ſi après avoir prolongé CN juſqu'en R & avoir fait NR égale à CN, on mene par le point R une paralelle RT à la directon NK de la ſeconde voile, & que du point T où cette paralelle rencontre la verticale du centre G, on tire la paralelle TQ à la direction CR, afin d'achever le paralellograme NRTQ ; l'eſpace NQ repréſentera la force que doit avoir l'impulſion de la ſeconde voile. NT ſera enſuite l'effort composé de l'impulſion du vent ſur les deux voiles, & de l'impulſion de l'eau ſur la proue, puiſque les impulſions CO de l'eau ſur la proue & CP du vent ſur la premiere voile ſe réduiſent à la force CN ou NR, & que NT eſt composé de NR & de l'impulſion NQ du vent ſur la ſeconde voile. Cet effort NT ſera exactement vertical, comme il faut toujours qu'il le ſoit pour qu'il ne faſſe point perdre au Navire l'uniformité de ſon ſillage: & de plus cet effort ſera appliqué au centre de gravité G de la coupe AXBS, comme il eſt néceſſaire pour que le Navire conſerve ſa ſituation horiſontale. Ainſi quelque peu de diſpoſition qu'ayent les Vaiſſeaux à recevoir une bonne Mâture dans les routes obliques, nous viendrons toujours à bout de leur en donner une parfaite par le moyen de deux voiles. Et on peut remarquer que comme CO, CP & NQ peuvent repréſenter des impulſions plus ou moins grandes, on pourra augmenter l'étendue des voiles tant qu'on voudra. Cette augmentation ne produira aucun autre effet, ſinon de faire marcher le Vaiſſeau plus vîte, & de le faire ſortir un peu

plus de l'eau ; parce que l'effort composé NT ſera plus grand. Fig. 25.

IV.

Cette opération deviendra plus ſimple ſi on fait les deux ou trois réflexions ſuivantes. Comme ON eſt paralelle à la direction CI de la premiere voile, le plan vertical qui paſſe par ON doit être paralelle à celui qui paſſe par CI, & les Sections MG & FE de ces deux plans & de celui de la coupe AXBS, doivent être auſſi paralelles. D'un autre côté, puiſque NR doit être égale à CN & que RT eſt égale & paralelle à NQ, il s'enſuit que les deux triangles CNQ & NRT ſont égaux & ſituez de la même façon, & ainſi CQ eſt vertical de même que NT, & par conſéquent le point Q appartient à la verticale EQ du *premier point vélique* C. Or ſupposé que la ſituation de la direction CI de la premiere voile ſoit donnée, il ſera maintenant facile de déterminer tout le reſte. On tirera du centre de gravité G, une paralelle GM à FE qui eſt la direction de la premiere voile, réduite au plan horiſontal, ou qui eſt la commune Section du plan AXBS & du plan vertical qui paſſe par la direction CI. Du point M où cette paralelle GM rencontre la direction DL du choc relatif horiſontal de l'eau, on élevera une verticale MO juſqu'à ce qu'elle rencontre la direction DH du choc abſolu de l'eau en quelque point O, & menant de ce point O vers la verticale GT, une ligne ON inclinée à l'horiſon de la même maniére que CI, cette ligne ON ſera paralelle à CI, & elle determinera ſur la verticale GT le *ſecond point vélique* N. Deſorte qu'il n'y aura plus qu'à faire paſſer la direction NK de la ſeconde voile par le point N & par quelque point Q de la verticale EQ du premier point vélique, & la partie interceptée NQ exprimera l'effort que doit faire cette ſeconde voile pendant que ON qui eſt égale & paralelle à CP repreſentera l'effort que doit faire la premiere.

Fig. 23.

V.

Il doit être embarassant dans la pratique d'élever de longues verticales EQ, GT, &c. & de tracer en l'air des lignes comme NO ou NP à une grande hauteur au-dessus du Vaisseau; mais ce qu'il faut ici remarquer, c'est qu'on peut réduire la construction précédente à un calcul très-aisé. On sçait la distance perpendiculaire Gθ du centre G à la direction DL du choc relatif horisontal de l'eau. Ainsi dans le triangle rectangle GθM on connoît un côté & les trois angles, parce que GM est paralelle à FE & qu'on sçait l'angle DEZ que fait DL avec cette ligne FZ qui répond exactement sous la direction CI. Il sera donc facile de trouver GM & θM; & si on ajoûte θM avec Dθ qui est connuë, puisque la situation du centre G & des directions DH & DL est donnée, on aura DM qui servira dans le triangle rectangle DMO à trouver MO. Conduisant après cela par la pensée Oω horisontalement & paralellement à MG, on aura un triangle OωN dont on connoîtra les angles & un côté : l'angle ω sera droit, & l'angle NOω sera égal à l'angle de l'élevation de la direction CI de la premiere voile au-dessus de l'horison, puisque ON & CI sont paralelles ; & enfin le côté Oω sera connu, parce qu'il est égal à GM que nous avons déja trouvé. Dans ce triangle OωN, on cherchera ON & ωN : ON qui est égale à CP représentera la force de la premiere voile; & si on ajoute ωN avec Gω qui est égale à MO, il est sensible qu'on aura la hauteur requise GN du *second point vélique* N.

On imaginera enfin une ligne horisontale Nψ tirée du point N à la verticale EQ. Cette ligne Nψ sera égale à la distance connuë GE du centre de gravité G au point E qui répond exactement au-dessous du *premier point vélique* C. Et comme l'angle QNψ que fait la direction NK de la seconde voile avec l'horison sera connu, parce qu'il dépend

de la ſituation qu'on voudra donner à la ſeconde voile, il ſera facile de trouver dans le triangle rectangle N♆Q l'hypotenuſe NQ qui exprime la force que doit avoir cette ſeconde voile : après quoi il ne reſtera donc plus qu'à étendre & à placer cette voile, de ſorte que l'impulſion qu'elle recevra ſoit à l'impulſion que recevra la premiere, comme NQ eſt à CP ou à ON.

VI.

Juſqu'ici nous n'avons parlé que de deux voiles ; mais il en faudra cependant trois dans preſque tous les Vaiſſeaux. Car il en faudra d'abord une dont NK ſoit la direction & NQ la force ; & il faudra que cette voile ſoit appliquée au centre de gravité G de la coupe AXBS, puiſque le *point vélique* N ſe trouve toujours dans la verticale GT. Mais comme la direction DL du choc relatif de l'eau change de place par les differentes obliquitez de la route, & que le *ſecond point vélique* C ne ſe trouve pas toujours dans le même endroit, il eſt clair qu'une ſeconde voile appliquée en F ne pourroit pas ſatisfaire à toutes les differentes ſituations que doit avoir la direction CPI. C'eſt pourquoi il faudra avoir recours au même expedient que dans l'article II. du Chapitre précédent : c'eſt-à-dire, qu'au lieu de la voile qui ſeroit appliquée en F, il faudra en mettre deux autres en V & en Y aux deux extrémitez du Navire : & on expoſera enſuite au vent differentes parties de ces voiles juſqu'à ce que leur effort composé ſoit égal à CP, & qu'il tombe exactement ſur la direction CPI. Il faudra pour cela que les impulſions particuliéres que recevront les deux voiles ſoient en raiſon réciproque de leur diſtance à la ligne CPI, ou qu'elles puiſſent être déſignées par FY & FV. Or cela ſupposé, YV repreſentera donc l'effort des deux voiles, effort qui doit être égal à CP : & par conséquent nous pourrons faire les deux analogies ſuivantes. YV eſt à CP comme FY eſt à

$\frac{\overline{CP} \times \overline{FY}}{YV}$ pour l'effort particulier que doit faire la voile qui est appliquée en V : & YV est à CP comme FV est à $\frac{\overline{CP} \times \overline{FV}}{YV}$ pour l'effort de la voile qui est en Y.

CHAPITRE VI.

Autre maniére de rendre la Mâture exactement parfaite, en ne se servant que de deux voiles appliquées aux deux extrémitez de la prouë & de la poupe, comme dans le Chapitre IV.

COmme la maniére précédente de disposer la Mâture suppose que le Navire a trois voiles & qu'il faut encore que celle du milieu soit précisément dans le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, on ne peut pas s'en servir lorsque le Navire n'a que deux voiles & lorsqu'elles sont appliquées aux extrémitez de la prouë & de la poupe. Mais quoique l'Analyse n'offre que très-peu de voye pour découvrir d'autres maniéres de donner aux voiles une disposition parfaite, la méthode que nous venons d'expliquer n'est pas unique : nous allons en donner une autre qui est fort commode, & dont on pourra se servir dans le cas dont il s'agit, c'est-à-dire, lorsqu'il n'y aura que deux voiles.

I.

Fig. 24. Soit le Navire AB [Fig. 24] dont A est la prouë & B la poupe; G le centre de gravité de la coupe horisontale faite à fleur d'eau; DH la direction de l'impulsion absoluë de l'eau sur la prouë, & DX la direction relative horisontale de cette impulsion. Les deux Mâts sont arborez en V & en Y aux extrémitez de la prouë & de la poupe, & je suppose que la voile de la prouë est placée verticalement de sorte

que ſa direction EF ſera horiſontale & paralelle à DX. Fig. 24.
Cette voile fera un effort que je repréſente par EL, & ſi la voile de la poupe agit ſelon la direction horiſontale CIM paralelle à EF, avec une force IM, qui ſoit en équilibre avec l'effort EL de l'autre voile de part & d'autre de la direction DH du choc de l'eau, il eſt clair que la direction composée NP des efforts EL & IM des deux voiles, rencontrera DH en quelque point N, & il ſe fera par conséquent en ce point une nouvelle compoſition de forces. NP étant l'effort mutuel des deux voiles, & NQ repréſentant la force du choc de l'eau ſur la prouë, la diagonale NT du paralellograme PNQT, ſera l'effort composé du choc de l'eau & de l'impulſion horiſontale des deux voiles, & il eſt évident, par la théorie de la premiere Section, que cet effort qui doit être vertical, fera pancher le Navire, parce qu'il n'eſt pas appliqué au centre de gravité G de la coupe horiſontale de la carene faite à fleur d'eau. Mais nous n'avons qu'à prendre ſur la direction CM de la voile de la poupe, le point I qui eſt précisément de l'autre côté du point N, par rapport à la vertical G⊙; & ſi nous faiſons enſorte que la voile de la poupe agiſſe non-ſeulement ſelon l'horiſon avec la force IM; mais qu'elle agiſſe auſſi ſelon le ſens vertical avec la force IR, & que cette force relative ſoit en équilibre avec l'effort NT de part & d'autre du centre de gravité G, il eſt évident que l'effort composé des forces NT & IR s'exercera exactement ſur la verticale G⊙, & qu'au-lieu de tendre à faire incliner le Vaiſſeau, il ne travaillera plus qu'à l'élever de l'eau par tout également.

II.

Ainſi, on voit que pendant que la voile de la prouë eſt ſituée verticalement, il faut que celle de la poupe ſoit inclinée, afin qu'elle puiſſe faire effort ſelon l'horiſon & ſelon le ſens vertical; & il faut donc que IK qui eſt la

Fig. 24. direction composée de IM & de IR & qui est la diagonale du rectangle KMIR, soit la direction de l'effort absolu de cette voile. Au surplus il est sensible qu'en observant tout ce que nous venons de dire, Z⊖ sera l'effort composé du choc de l'eau sur la prouë & de l'impulsion entiere du vent sur les deux voiles. Car en joignant l'effort EL de la voile de la prouë avec l'effort relatif IM que la voile de la poupe fait selon l'horison, on a l'effort NP, & cet effort se composant avec le choc absolu NQ de l'eau sur la prouë, il en résulte l'effort NT; effort qui seroit composé du choc de l'eau & de l'impulsion entiére du vent, si la voile de la poupe en agissant selon la direction inclinée OIK, ne poussoit pas en haut avec la force IR en même tems qu'elle pousse selon l'horison avec la force IM. Cependant l'effort NT doit toujours être vertical: car il n'est formé que de la force relative verticale du choc de l'eau, après que les forces relatives horisontales de l'eau & du vent se sont détruites par leur égalité & leur opposition. Mais enfin, si nous composons l'effort NT avec la force relative verticale IR que nous n'avons point encore jointe avec les autres, il est clair que nous aurons l'effort composé Z⊖ du choc NQ de l'eau sur la prouë & des impulsions entieres EL & IK que souffrent les deux voiles; & cet effort répondra exactement au centre de gravité G, comme nous le souhaitions, aussi-tôt que les forces IR & NT seront en équilibre de part & d'autre de la verticale GZ.

III.

Pour réduire maintenant toute l'opération au calcul: nous concevrons des lignes V ϖ & SY tracées exactement au-dessous des directions EF & OK des deux voiles, sur la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & nous connoîtrons la situation de ces lignes, puisqu'elles partent des pieds V & Y des deux Mâts, & qu'elles sont paralelles à la direction relative horisontale DX du choc de l'eau.

Du

Du point N qui eſt à la même hauteur que EF & CM, nous abaiſſerons par la pensée la verticale NX, & par le point X & le centre de gravité G, nous conduirons la ligne horiſontale ϖS. Il ſera facile de trouver le point N: car dans le triangle rectangle DXN, nous connoîtrons les trois angles, puiſque la ſituation de la direction DH du choc abſolu de l'eau eſt donnée; & nous connoîtrons de plus le côté XN, puiſqu'il eſt égal à la hauteur VF ou ϖE que nous nous propoſons de donner au centre d'effort de la voile de la prouë ou à ſa direction EF. Ainſi nous trouverons aisément DX; & ſi nous en retranchons DW, il nous reſtera WX: & comme les triangles GWX & GYS ſont ſemblables & que nous connoiſſons GW & GY, nous n'aurons qu'à faire la proportion ſuivante pour découvrir YS, ou la diſtance CI du point I au Mât de la poupe: GW eſt à WX comme GY eſt à YS ou à CI. Fig. 24.

Nous prendrons après cela une certaine grandeur à volonté pour repreſenter l'effort EL que fait la voile de la prouë, & comme cet effort doit être en équilibre avec l'effort relatif horiſontal IM de l'autre voile de part & d'autre de la direction du choc de l'eau, nous ferons cette analogie; XS eſt à Xϖ ou bien WY eſt à WV comme l'effort abſolu EL de la voile de la prouë ſera à l'effort IM que doit faire l'autre voile ſelon la direction relative horiſontale CM. Nous ajoûterons enſuite IM avec EL pour avoir NP; & dans le triangle rectangle PNT qui eſt ſemblable au triangle DXN, nous chercherons l'effort vertical NT. Enfin connoiſſant NT, il ſera facile de découvrir l'effort IR que doit faire la voile de la poupe ſelon le ſens vertical. Car puiſque les efforts NT & IR doivent ſe réunir, ou ſe compoſer ſur la verticale G ⊙, ils doivent être en raiſon réciproque de leur diſtance à cette verticale, & nous pouvons faire cette analogie; ZI eſt à ZN, ou GS eſt à GX, ou encore GY eſt à GW, comme l'effort NT eſt à l'effort relatif vertical IR. Ainſi nous connoîtrons les efforts relatifs IM & IR que la voile de la pou-

Fig. 24. pe doit faire ſelon les deux déterminations horiſontale & verticale ; & il ne reſtera donc plus qu'à compoſer ces efforts pour découvrir l'effort abſolu IK, & pour trouver la ſituation de la direction OIK. Nous ſçavons déja la ſituation du point I par lequel cette direction doit paſſer ; car le point I eſt également élevé au-deſſus du Vaiſſeau que la direction EF de la voile de la prouë ; & nous avons trouvé ci-devant la diſtance de ce point au Mât YC. C'eſt pourquoi dans le triangle rectangle IMK dont les côtez IM & MK ſont connus, puiſque IM repréſente l'impulſion relative horiſontale, & que MK eſt égal à IR qui repréſente l'impulſion relative verticale, nous n'aurons qu'à chercher l'effort IK, & l'angle KIM que la direction OIK de la voile doit faire avec l'horiſon. Nous pourrions inſiſter un peu davantage ſur tout ceci : mais comme nous ne doutons point qu'on ne retire les mêmes avantages de la diſpoſition que nous avons expliquée dans le Chapitre IV, que d'une diſpoſition de voiles, qui ſeroit entiérement parfaite, nous ne croyons pas qu'il ſoit néceſſaire de pouſſer cette diſcuſſion plus loin.

AVERTISSEMENT.

Nous ajoutons encore ici le Chapitre ſuivant pour la ſatisfaction de ceux qui aiment l'exactitude géométrique ; & nous le mettons ici, parce que nous n'avons pas voulu diſtraire cy-devant l'attention du Lecteur. Nous ſuppoſons dans ce Chapitre que les Navires s'élevent conſiderablement de l'eau, & nous cherchons quelle figure il faut leur donner, pour que la verticale ſur laquelle les impulſions du vent & de l'eau ſe joignent, réponde exactement dans la route directe au centre de gravité de toutes les parties ſuppoſées ſenſibles de la carene, qui s'élevent de la mer. Nous pouvions réſoudre ce Problême par le calcul intégral ; mais nous avons tâché de le rapporter au ſimple calcul différentiel, afin de n'être jamais arrêté par des expreſſions trop difficiles à intégrer.

CHAPITRE VII.

La figure de la prouë étant donnée, construire le reste de la carene de maniére que les Vaisseaux soient géométriquement bien Mâtez dans la route directe, pour toute sorte de vents, & pour le vent même dont la vîtesse seroit infinie.

I.

QUe la figure AE de la prouë soit donnée avec la hauteur du centre d'effort I de la voile qu'on suppose placée verticalement. Il s'agit de trouver la figure que doit avoir la carene AEB par l'extrémité de la poupe, pour que la direction composée VT des chocs du vent & de l'eau, passe toujours exactement (& non pas sensiblement ni dans le seul cas où l'élévation de la carene hors de l'eau est infiniment petite) par le centre de gravité γ de la partie APQB de la carene qui est soutenuë hors de l'eau. De sorte que si l'impulsion du vent est plus grande ou plus petite, & le Navire tiré en l'air avec plus ou moins de force, il faudra que la verticale *ut* qui résulte de la direction NK de la voile & de celle *dh* de l'impulsion de l'eau sur la partie *p*E de la prouë qui sera alors submergée, passe encore exactement par le centre de gravité *g* de la partie A*pq*B de la carene qui sera hors de l'eau. Alors le Navire conservera toujours sa situation horisontale : & il y aura cette différence entre la disposition qu'aura le Vaisseau & celle que nous lui donnions dans l'article V. du Chapitre VI. de la Section précédente, que la Mâture sera icy géométriquement bonne ; au lieu que là elle ne l'étoit que sensiblement, parce que la verticale VT ne passoit qu'à peu près par le centre de gravité des parties sensibles de la carene qui étoient hors de l'eau. Fig. 25.

Fig. 25.

II.

Je considére en premier lieu, que puisque la verticale ou la direction VT des chocs du vent & de l'eau, doit toujours passer par le centre de gravité de la partie de la carène qui est hors de l'eau, il sera facile de trouver en quel endroit de la longueur du Navire, doit répondre le centre de gravité de chaque partie de la carene. Car si on nous propose, par exemple, la partie Aq, il n'y aura qu'à l'imaginer hors de l'eau; chercher l'axe dh de l'impulsion de l'eau sur la partie submergée pE de la prouë, & par l'intersection n de l'axe dh & de la direction IK de la voile, on conduira la verticale tu sur laquelle doit être situé nécessairement le centre de gravité g de la partie ApqB, sans qu'il soit libre de le placer plus vers la prouë ou plus vers la poupe.

Si nous désignons par h la hauteur VN qu'on veut donner au centre d'effort I de la voile, & si nous formons la prouë de notre Vaisseau, comme celle des chalans par un plan incliné, par tout d'une même largeur$=e$, dont la longueur AE soit égale à a; l'élancement ou la saillie EL$=b$; la hauteur LA$=c$, & les parties variables EP de l'étrave enfoncées dans l'eau, égales à x. L'impulsion faite sur la prouë se réduira au milieu D de la partie EP$=x$ enfoncée dans l'eau & agira perpendiculairement à la prouë selon DH comme nous l'avons fait voir *. Cette direction DH rencontrera en N la direction IK de la voile; & si on fait passer par le point N la verticale TV, elle montrera, selon nos principes, en quel endroit de la largeur du Vaisseau doit répondre le centre de gravité γ de la partie AQ de la carene qui est hors de l'eau. Cela fait que nous pouvons exprimer par lettres la situation du centre γ. Car les triangles ALE, XDA, XVN, sont semblables & ont parconséquent leurs côtez proportionels: LE$=b$ | AE$=a$ || AD$=$AE$-$ED$=a-\frac{1}{2}x$ | AX$=\frac{a^2-\frac{1}{2}ax}{b}$, & LE$=b$

* Voyez l'Art. II. du C. VII. de la I. Sect.

| LA $= c$ || NV $= b$ | XV $= \frac{cb}{b}$. Mais ajoutant AX Fig. 25.
trouvée par la premiere proportion avec XV trouvée par la ſeconde, nous aurons $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ pour VA, ou pour la diſtance de la ligne AL au centre de gravité γ de la partie AQ de la carene qui eſt hors de l'eau.

III.

Je vois en ſecond lieu qu'il n'importe à cauſe de l'indétermination du Problême, quelle figure ni quelle ſolidité on donne à chaque partie de la carene, pourvû que ſon centre de gravité ſoit bien ſitué dans la verticale. C'eſt pourquoi concevant la carene divisée en une infinité de tranches horiſontales de même épaiſſeur, qui lui ſerviront d'élemens, nous pouvons feindre quelle proportion nous voudrons entre toutes ces tranches. Mais cette proportion telle qu'elle ſoit, déterminera le raport des differentes parties de la carene, & on pourra même, par le moyen du calcul differentiel, comparer une partie ſenſible AQ de la carene, avec une partie inſenſible, un élement, ou une tranche comme Pq dont l'épaiſſeur eſt infiniment petite.

Nous nous déterminerons, par exemple, pour éviter la longueur du calcul, à faire les tranches ou coupes horiſontales de la carene de même étenduë, & égales au rectangle connu el de la grandeur conſtante l par la largeur e de la prouë. Il n'y aura qu'à chercher la hauteur ou l'épaiſſeur PZ de la partie AQ, par cette proportion; AE $= a$ | AL $= c$ || AP $= a - x$ | PZ $= \frac{ac - cx}{a}$ & multipliant l'étenduë el de toutes les tranches égales entr'elles, par PZ $= \frac{ac - cx}{a}$ qui en repréſente la multitude, nous trouverons $\frac{acel - celx}{a}$ pour la ſolidité de la partie AQ de la carene qui eſt hors de l'eau. Or comme cette ſolidité con-

vient à toutes les autres parties AQ, il est évident que si nous en prenons la différence $-\frac{celdx}{a}$, elle marquera la solidité de l'élément ou de la tranche Pq, qui répond à la partie infinimentpetite P$p=dx$ différentielle de PE $=x$.

Fig. 25.

IV.

Ces choses supposées, nous pourrons assigner la place du centre de gravité F de toutes les tranches ou coupes horisontales Pq de la carene. Car si nous prenons le Navire en deux élevations hors de l'eau, différentes l'une de l'autre de la tranche même proposée Pq, dont l'épaisseur est infiniment petite: & si nous cherchons les verticales VT ut dans lesquelles se doivent trouver les centres de gravité γ & g des parties AQ, Aq de la carene qui sont hors de l'eau dans les deux élevations, nous n'aurons qu'à faire cette simple analogie: La tranche Pq est à la partie AQ de la carene; ainsi la distance γs des deux verticales VT, ut sera à la quantité MF dont le centre de gravité requis F de la tranche Pq est plus avancé vers la poupe que le centre g de la partie Aq: & en voicy la raison. AQ & Pq doivent être en équilibre autour du centre de gravité g; puisque AQ & Pq forment ensemble le solide Aq dont g est le centre de gravité. Or l'équilibre ne peut pas subsister, à moins que AQ & Pq ne soient en raison réciproque de la distance de leur centre de gravité γ & F au centre g autour duquel se fait l'équilibre. Ainsi il faut que la tranche Pq soit à la partie AQ de la carene, comme γg est à Fg: mais mettant à la place de la raison de γg à Fg, celle de γs à MF qui lui est egale à cause de la ressemblance des triangles γsg, FMg, nous trouverons notre analogie: la tranche Pq est à la partie AQ de la carene, comme γs est à MF, qui détermine le centre de gravité requis F de la tranche Pq.

Nous nous imaginons donc que le vent augmente d'une quantité insensible, & qu'agissant sur la voile avec un peu plus de force de même que l'eau sur la prouë, c'est la partie Aq de la carene qui est soutenuë hors de l'eau, au lieu de la partie AQ; de sorte que x ne représente plus EP, mais Ep qui en différe de la quantité infiniment petite Pp $= dx$; & $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ exprimera maintenant Au, ou la distance de la ligne AL au centre de gravité g de la partie Aq. Si après cela nous prenons la differentielle $-\frac{adx}{2b}$ de $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$, il est évident que nous trouverons l'intervale Vu ou γs, compris entre les deux verticales TV, tu; ou, ce qui revient à la même chose, nous trouverons la petite quantité γs dont le centre g est plus avancé vers l'arriére du Vaisseau que le centre γ. Ainsi il ne nous manque plus rien pour faire la proportion indiquée cydessus. La tranche ou l'élement Pq $= -\frac{celdx}{a}$ est à la partie AQ $= \frac{acel - celx}{a}$ comme $\gamma s = -\frac{adx}{2b}$ est à MF, qui est par conséquent égale à $\frac{a^2 - ax}{2b}$. Et ajoutant cette valeur de MF à Au ou à la distance $\frac{a^2 + cb - \frac{1}{2}ax}{b}$ des centres γ & g à la ligne AL, nous aurons $\frac{3a^2 + 2cb - 2ax}{2b}$ pour la distance FR du centre de gravité F de la tranche Pq à la ligne AL; de laquelle distance retranchant PR qu'on trouve égale à $\frac{ba - bx}{a}$ par cette proportion AE $= a$ | LE $= b$ || PA $= a - x$ | PR, il viendra $\frac{3a^3 + 2acb - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ pour la distance PF de la prouë au centre de gravité F de la tranche Pq.

Fig. 25.

V.

Or l'expreſſion $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ eſt générale pour la diſtance de la prouë au centre de gravité F de toutes les tranches horiſontales comme P*q*, dont on peut concevoir que la carene eſt formée : ainſi, il ſera facile à ceux qui entendent les lieux géométriques, de reconnoître la ligne droite ou courbe dans laquelle ſe trouvent les centres de gravité F de toutes les tranches de la carene. Il n'y aura plus enſuite qu'à regler la figure de ces tranches ſur l'étenduë *el* qu'elles doivent avoir, & ſur l'endroit F où doit être ſitué leur centre de gravité. Cela ne renfermera aucune difficulté ; car puiſqu'il y a une infinité de ſuperficies dont l'étenduë eſt égale à *el*, il n'y a qu'à choiſir pour tranches de la carene, celles dont le centre de gravité peut convenir à la diſtance $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ de la prouë. On ſe conduira dans cette recherche d'une infinité de maniéres : ſelon les voyes que l'on prendra, les carenes ſe trouveront très-différentes, quoiqu'elles ayent toutes la même propriété de faire que le Navire reſte conſtamment de niveau.

VI.

Si on veut, par exemple, que toutes les tranches ayent la figure d'un pentagone irrégulier formé par un rectangle & un triangle iſocelle, il n'y aura qu'à tracer [Fig. 26.] le paralellograme rectangle 1221 égal à l'étenduë connuë *el* de la tranche ; on lui donnera pour largeur 11 celle *e* qu'a le Vaiſſeau par la prouë, & *l* pour ſa longueur 12 ; & faiſant enſuite les parties Y2, *y*2 égales à CQ ou C*q* de part & d'autre de 22, & joignant les points Q & Y ou *q* & *y* par des lignes droites, on aura une infinité de pentagones

Fig. 26.

tagones

tagones irréguliers comme 1YQY1, ou 1yqy1 qui seront tous de même étenduë que le rectangle 1221 $= el$. De sorte qu'il ne restera plus qu'à chercher entre ces pentagones, ceux comme 1YQY1 qui ont leur centre de gravité F placé à la distance PF découverte par les articles précédens.

Nous appellerons pour cela z le côté 1Y & nous trouverons (par les méthodes ordinaires de la Statique) que le centre de gravité F du pentagone 1YQY1 est éloigné du côté 11 de la distance $FP = \frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l}$. Et comme cette distance doit être égale icy à $\frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ pour que le pentagone puisse servir de tranche à la carene, nous aurons l'équation $\frac{4l^2 - 2lz + z^2}{6l} = \frac{3a^3 + 2ach - 2ab^2 + 2b^2x - 2a^2x}{2ab}$ dans laquelle $z = l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$; de sorte que mettant à la place de x les parties EP de l'étrave que cette lettre représente, nous trouverons, en grandeurs entiérement connuës, les valeurs de $z =$ 1Y pour chacune tranche, & il n'y aura qu'à se souvenir de donner la même largeur e à chaque de ces tranches sur toute cette longueur 1Y $= l - \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$, & puis de les faire toutes se terminer en pointe au point Q, autant au-delà de la ligne 22 que les points Y sont en-deçà: de maniére que la distance PQ de la prouë à l'extrémité Q de chaque pentagone, ou ce qui est la même chose, la longueur QP de chaque tranche horisontale de la carene sera $l + \sqrt{\frac{9a^3l + 6achl - 6ab^2l + 6b^2lx - 6a^2lx + abl^2}{3ab}}$. La figure de la carene étant ainsi déterminée, il sera facile d'en reconnoître les propriétez; comme, par exemple, que toutes les extrémitez Q, de même que les angles Y, Y forment la

Fig. 25. & 26.

circonférence d'une premiere parabole dont l'axe eſt paralelle à l'étrave EA, &c.

VII.

Mais il vaudroit mieux ſe ſervir de lignes courbes d'un ſeul trait, pour terminer les tranches de la carene, que d'y employer des lignes droites, qui forment des inflexions & des angles ſur la ſuperficie du Vaiſſeau. Je crois qu'on pourroit prendre pour cela toutes ſortes de lignes courbes, pourvû qu'on en connût la quadrature, & on feroit varier les dimenſions des abſciſſes & des ordonnées; ou, ce qui eſt la même choſe, on feroit changer le genre de ces courbes, juſqu'à ce qu'elles euſſent l'étenduë qu'on a attribué aux tranches, & que leur centre de gravité fût ſitué à la véritable diſtance de la prouë. Comme il n'y aura dans toutes ces recherches que la longueur du calcul de pénible & de difficile, il n'eſt pas néceſſaire d'en parler davantage.

VIII.

Quoiqu'il en ſoit, de la figure qu'on donnera aux tranches, il eſt certain qu'en ſuivant les proportions indiquées par notre calcul, la verticale VT ſur laquelle ſe fait reſſentir l'effort composé des chocs de l'eau & du vent, paſſera toujours par le centre de gravité de la partie de la carene qui ſera hors de l'eau; & ainſi nous devons nous attendre à voir notre Navire conſerver toujours ſa ſituation horiſontale. Les Vaiſſeaux mâtez ſelon les maximes du ſixiéme Chapitre de l'autre Section, ſont bien diſpoſez lorſque la carene ne s'éleve de l'eau que d'une quantité inſenſible, comme cela doit toujours arriver, parce que la vîteſſe du vent ne devient jamais aſſez grande: ils ſont, outre cela, bien diſpoſez, autant que la perfection de la Mâture dépend de la hauteur des Mâts. Mais icy on acheve de donner aux Vaiſſeaux ce qui leur manquoit pour

avoir une Mâture entiérement parfaite dans la ſpéculation même: & c'eſt pour cela qu'on regle la figure de leur carene ſur celle de leur prouë, parce que la bonne Mâture dépend dans la rigueur, non-ſeulement de la hauteur des Mâts, mais encore de la figure de la carene. Qu'on donne maintenant toute l'étenduë poſſible à nos voiles, & que le vent augmente ſa vîteſſe juſqu'à parcourir, ſi on le veut, 10000 toiſes par ſeconde, la carene ſortira preſque toute de l'eau, & il n'y aura qu'une très-petite partie de la prouë qui recevra l'impulſion. Cependant c'eſt cette impulſion qui ſera fort grande à cauſe de la vîteſſe du ſillage, qui ſoutiendra preſque toute la peſanteur du Navire, en ſe compoſant ſur la verticale VT avec l'impulſion du vent. Mais comme l'effort composé eſt appliqué, ſelon notre conſtruction, au centre de gravité de la partie de la carene qui eſt hors de l'eau, il ſera encore en équilibre avec la pouſſée verticale de l'eau, & par conſéquent le Navire ne s'inclinera pas ſeulement de la plus petite quantité.

CONCLUSION.

Enfin nous pouvons maintenant terminer ce diſcours, puiſque nous avons ſatisfait à la plûpart des Problêmes qu'on peut propoſer ſur la Mâture des Vaiſſeaux. On peut demander quelle doit être la hauteur des Mâts, le nombre qu'il eſt à propos d'en donner à chaque Navire & les endroits où on doit les appliquer. Or nous avons rapporté dans la premiere Section les moyens de déterminer la hauteur de la Mâture. Nous avons fait voir que tout conſiſte à bien placer le centre d'effort de la voile, & que c'eſt à peu près un égal deffaut, de le mettre un peu trop haut ou un peu trop bas. C'eſt ce que les Marins n'ont pas reconnu; car ils ne font point difficulté de changer la hauteur de leurs voiles, ſans ſe mettre en peine de l'endroit où ſe trouve enſuite le centre d'effort: Au lieu qu'il paroît clairement par notre théorie que, lorſqu'on ſuit tou-

jours la même route & qu'on veut changer l'étenduë des voiles, il faut ne le faire qu'en augmentant ou en diminuant leur largeur, afin que leur centre d'effort reste toujours précisément dans le même point. D'ailleurs les Marins ne réglent toutes les dimensions de leur Mâture que sur la seule largeur & la seule profondeur du Navire, sans faire réflexion que les Vaisseaux ont une infinité de différentes figures, & qu'ils doivent avoir par conséquent des Mâtures très-différentes, quoiqu'ils ayent même largeur & même profondeur. Après cela il n'est pas surprenant si la plûpart des Vaisseaux ne paroissent pas *bons voiliers*, & si, pour parler comme les Marins, ils se trouvent *lourds à la lame :* mais ce qu'il y a de particulier, c'est que les Marins s'imaginent que cela n'arrive que parce que ces Vaisseaux ne sont pas propres à recevoir une bonne Mâture ; de sorte qu'ils attribuënt à la figure de ces Navires ce qu'ils ne devroient attribuer qu'au deffaut de leurs propres regles. Pour nous, comme nous serons attentifs à faire répondre le centre d'effort de la voile au *point vélique*, ou au point de concours de la direction du choc de l'eau sur la prouë & de la verticale du centre de gravité de la premiere tranche de la carene, nous donnerons toujours à chaque Navire la Mâture qui conviendra à la figure particuliere de sa prouë : & il est certain que tous les Vaisseaux seront ensuite *bons voiliers* & qu'ils seront *legers à la lame ;* puisque dans les rencontres où les impulsions du vent & de l'eau se trouveront plus grandes, ils conserveront toujours leur situation horisontale & ne feront que s'élever de l'eau par tout également.

C'est en considérant le Vaisseau dans la route directe que nous avons déterminé la hauteur de sa Mâture, parce que c'est dans cette route que le *point vélique* a le plus de hauteur, & que la voile doit avoir le plus d'élévation. Mais il nous a fallu examiner les Vaisseaux dans le cours des routes obliques, pour reconnoître le nombre des Mâts qu'il est à propos de leur donner & les endroits où on doit

les appliquer. C'eſt ce que nous avons fait dans la ſeconde Section, où nous avons montré qu'il faut pluſieurs voiles, non-ſeulement pour pouvoir faire tourner aiſément le Vaiſſeau en toutes ſortes de ſens, mais auſſi pour pouvoir le faire ſuivre conſtamment toutes ſortes de routes; parce qu'en donnant à quelqu'une de ſes voiles plus ou moins de part dans l'impulſion du vent, on peut donner quelle ſituation on veut à leur direction composée. Cependant le nombre des voiles n'eſt pas entiérement déterminé. Car lorſqu'on conſidére la conſtruction du Chapitre V. de la ſeconde Section, il ſemble qu'il eſt néceſſaire d'en donner trois à chaque Navire, & qu'il faut même les placer à peu près comme le font actuellement les Marins, qui mettent *leur grand Mât* au milieu de la longueur du Vaiſſeau, & les Mâts de *Miſaine* & d'*Artimon* aux extrémitez de la prouë & de la poupe. Mais on reconnoît avec un peu plus d'attention qu'on peut donner à la Mâture pluſieurs autres diſpoſitions entiérement parfaites & qu'on peut même en venir à bout en ne ſe ſervant que de deux voiles, appliquées aux deux extrémitez du Navire. Or nous nous ſommes bornez à ce nombre de deux, dans le deſſein de rendre la Manœuvre plus facile, & afin de faire auſſi que nos voiles, qui doivent avoir une grande largeur, n'empêchent pas l'effet l'une de l'autre.

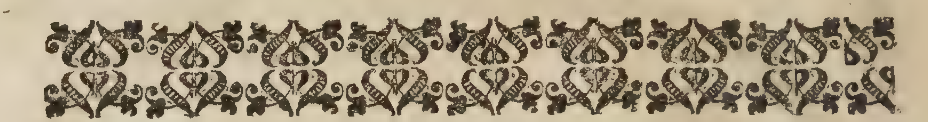
On diſpoſera ces voiles comme dans le Chapitre IV. ou comme dans le Chapitre VI. Et ces deux différentes diſpoſitions nous procureront à peu près les mêmes avantages. Nous naviguerons toujours avec une parfaite sûreté, nous le ferons avec beaucoup de vîteſſe, & nous ſuivrons conſtamment la même route, ſans être ſujets à ces élans incommodes qui obligent les Marins à ſe ſervir continuellement du gouvernail. C'eſt que nous ferons toujours répondre la direction composée de nos voiles au-deſſus de la direction du choc de l'eau; ou, ce qui eſt la même choſe, nous mettrons toujours un parfait équilibre entre nos voiles: Au lieu que ſi l'équilibre ſe trouve entre les voiles

diſpoſées ſelon les régles vulgaires,ce ne peut être que par un extrême hazard, puiſqu'on n'examine point la figure des Vaiſſeaux & que ſans penſer à la ſituation particuliére de la direction du choc de l'eau, on met toujours un certain rapport entre la grandeur des voiles, & qu'on ne change point ce rapport toutes les fois qu'on ſuit quelqu'autre route. Il eſt certain auſſi, que nous ſinglerons avec une extréme vîteſſe : car comme nous n'avons rien à craindre de la plus grande violence du vent, nous ferons nos voiles beaucoup plus grandes que les ordinaires. Et quand même nous ne leur donnerions que la même étenduë, elles nous feroient encore ſingler beaucoup plus vîte, parce que nous aurons l'avantage de les porter toujours toutes hautes : ce qu'on ne peut pas faire dans les Navires ordinaires ; où il arrive encore que la prouë en ſe plongeant dans la mer, trouve beaucoup plus de réſiſtance à fendre l'eau, & que cette plus grande réſiſtance retarde conſidérablement la promptitude du ſillage. Nous avons même des exemples de Vaiſſeaux, qui vont moins vîte lorſqu'on augmente trop l'étenduë de leurs voiles, ou lorſque le vent devient trop rapide ; parce que la réſiſtance qu'ils trouvent à fendre l'eau augmente plus à proportion par l'enfoncement de leur prouë, que l'effort des voiles n'augmente par leur plus grande ſurface, ou par la plus grande vîteſſe du vent.

Tout ce qu'on pourroit nous objecter, c'eſt que nos régles ſont difficiles & compliquées:Mais on ne nous fera pas ſans doute cette objection, ſi on conſidére la grande importance du ſujet. La difficulté de nos regles vient du fond même de la matiére que nous traitons. Il faut mettre l'ordre ou l'équilibre entre un grand nombre de différentes puiſſances : c'eſt ce qu'on ne peut pas faire par la ſimple pratique, ou en n'employant qu'une meſure groſſiére de la ſeule largeur ou de la ſeule profondeur du Navire : on eſt obligé d'entrer dans une diſcuſſion pénible ; mais quel travail ne doit-on pas auſſi entreprendre, lorſqu'il s'agit de ren-

dre la Navigation non-seulement très-prompte, mais de la rendre aussi parfaitement sûre ? Tous les jours nous nous donnons beaucoup plus de peine, pour satisfaire notre simple curiosité ou pour aquerir les plus legers avantages. D'ailleurs, lorsqu'on aura une fois déterminé pour un Vaisseau, la disposition des voiles pour toutes les routes, & qu'on aura fait une Table de ces dispositions ; cette Table servira pour tous les voyages, & on n'aura plus qu'à la consulter. Enfin, quand même nous nous contenterions de régler les dimensions de la Mâture, & son application sur le pont, & que nous abandonnerions la disposition particuliére des voiles dans les routes obliques, à la conduite & à la prudence des Marins, après leur avoir donné quelques connoissances de nos principes, il est certain qu'ils retireroient toujours de grandes utilitez de notre théorie. Ils n'ont pas réussi jusqu'icy à faire ensorte que leurs Vaisseaux suivent toujours uniformément la même ligne, & conservent constamment leur situation horisontale ; parce que conduits par une pratique aveugle & dénuée de toute spéculation, ils se sont laissez prévenir contre la possibilité du succès ; & leur Mâture étoit aussi dans une disposition trop éloignée de celle qui convient à chaque route. Mais ce ne sera sans doute plus la même chose, lorsque nous aurons réglé les dimensions de leurs voiles & qu'ils auront quelque idée de notre théorie : ils connoîtront ensuite bien mieux les causes de tous les mouvemens du Vaisseau & de ses balancemens & inclinaisons ; ce qui les mettra en état de prévenir plusieurs accidens : ils prévoyeront bien mieux l'effet de chaque manœuvre particuliére ; & ils seront enfin toujours dirigez par nos maximes, quoiqu'ils n'entreprennent pas de les suivre dans la derniere rigueur.

F I N.



ADDITIONS.

IL y a lieu de croire qu'on ne trouvera de difficulté à observer nos maximes de Mâture, que parce qu'il est nécessaire de chercher l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë, & que cette recherche demande un calcul assez penible. Comme la surface de la prouë est courbe dans tous les sens, on est obligé pour la reduire en parties planes, de la diviser en des parties infiniment petites du second genre, & lorsqu'on a trouvé le choc de l'eau sur une de ces petites parties, il faut intégrer deux fois ce choc ou cette impression élementaire, avant de pouvoir découvrir l'impulsion totale, que souffre toute la prouë. Il est vrai que les formules que nous avons données dans le Chapitre VII. de la premiere Section de l'écrit précedent, renferment déja une intégration, & qu'il n'en reste plus par conséquent, qu'une seconde à faire : mais cette seconde peut avoir encore ses difficultez, & il seroit à souhaiter qu'on pût toujours déterminer, avec moins de peine, la situation de l'axe de l'impulsion. Ce que nous nous proposions aussi principalement dans l'écrit précedent, c'étoit d'établir notre théorie & de montrer combien il est nécessaire de s'y conformer, pour pouvoir naviger avec vîtesse & avec une parfaite sûreté. Mais puisque cette théorie a eu le bonheur de mériter le suffrage de l'Académie Royale des Sciences, & qu'elle a reçû par l'approbation de ce célebre Corps, tout le poids qu'elle pouvoit jamais acquerir, nous allons tâcher d'expliquer maintenant des moyens plus simples, de la réduire en pratique.

CHAP.

CHAPITRE I.

Méthode de trouver par l'experience le centre de gravité de la premiere tranche de la carene, & de découvrir la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë.

DEux choses sont nécessaires, comme nous l'avons fait voir, pour pouvoir découvrir le *point vélique :* il faut connoître la verticale du centre de gravité de la coupe horisontale du navire faite à fleur d'eau, & la direction de l'impulsion de l'eau sur la prouë: ce sont là comme deux *lieux* qui déterminent par leur intersection le point que nous cherchons. Quant à la premiere de ces deux lignes, il est toujours facile de la tracer; car nous avons plusieurs méthodes de trouver le centre de gravité des surfaces, & on sçait qu'il est même très-facile d'en venir à bout par l'experience. On n'a en effet qu'à prendre un morceau de planche qui soit partout de même épaisseur, & qui soit le plus homogene qu'il sera possible; on lui donnera la même figure qu'à la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & si on le suspend à un clou avec une ficelle & qu'on lui laisse prendre la situation naturelle, on n'aura qu'à faire descendre du point de suspension un fil à plomb, & ce fil marquera sur le grand diametre de la planche le centre de gravité. Mais puisque la figure est la même que celle de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, ce sera assez de remarquer en quel endroit de la longueur de la planche se trouve son centre de gravité, & on sçaura où est situé celui de la coupe horisontale du Navire.

Il n'y aura aussi guéres plus de difficulté à trouver l'axe de l'impulsion de l'eau sur la prouë. Car il est facile de faire avec une piece de bois une petite prouë BACE [Fig. 1. Plan. 5.] semblable à celle du Vaisseau; on n'a qu'à mesurer les largeurs du Navire en un grand nombre d'en-

Fig. 1. Plan. 5. droits, & en donner de ſemblables à la piéce de bois, en prenant au lieu de pieds, de petits eſpaces de la grandeur d'un demi pouce, ou d'un tiers de pouce. On chargera enſuite la petite prouë de ſorte qu'elle enfonce dans l'eau précisément de la même maniére que la grande, & ſi on la fait avancer en la pouſſant avec une verge DH, qu'on appliquera en differens endroits D, juſqu'à ce que ſon mouvement ſoit bien uniforme & bien horiſontal, la verge DH marquera par ſa ſituation l'axe de la réſiſtance ou de l'impulſion abſoluë de l'eau. C'eſt ce qui eſt tout-à-fait ſenſible; car le mouvement de la petite prouë ne peut être uniforme ni horiſontal, à moins que la réſiſtance de l'eau ne ſe trouve exactement détruite par l'effort de la verge, & on ſçait que cette deſtruction de forces ne ſe peut faire, que lorſqu'elles ſont précisément contraires. Si on veut executer la même choſe d'une maniére encore plus ſimple, on n'a quà faire l'experience dans un endroit où l'eau a du mouvement. On ſoutiendra la petite prouë contre le choc de ce fluide avec la verge DH, qui aura un genou en K, & qui pourra ſe plier facilement en ce point; & auſſi-tôt que le tout conſervera conſtamment le même état, ſans que la petite prouë ſoit ſujette à tourner, & ſans que la verge fléchiſſe par ſon genou; ce ſera une marque que cette verge ſera directement opposée à l'impulſion abſoluë de l'eau. Ainſi il ſuffira, pour avoir l'axe de cette impulſion, d'obſerver ſimplement la ſituation de la verge.

On pourra faire la même choſe pour toutes les routes obliques, en diſpoſant diverſement la petite prouë par rapport au cours de l'eau : il eſt même clair que ſi on marquoit le point γ qui repreſente le centre de gravité de la coupe horiſontale du Navire faite au raz de la mer, il ſeroit tout-à-fait aisé de déterminer immediatement le point vélique. Il n'y auroit pour cela qu'à concevoir la verticale γT; & meſurer à quelle hauteur cette ligne & la verge DH ſe rencontrent dans la route directe, ou à quelle hauteur ces deux lignes paſſent l'une auprès de l'autre

dans les routes obliques. Enfin rien n'empêchera de prendre toujours toutes les mesures dont on aura besoin pour regler la disposition des Mâts & des voiles: de sorte qu'on peut dire que quoique cette méthode ne soit que mécanique, elle ne laisse pas d'être préférable à presque toutes les autres; d'autant-plus qu'elle ne dépend de la certitude d'aucun sisteme particulier, sur les loix que les fluides observent dans leur choc. Cependant comme plusieurs personnes ne voudront peut-être pas s'en contenter, & qu'elles ne voudront pas aussi s'engager dans les calculs pénibles qu'exigent les méthodes absolument géométriques, nous proposerons encore ici en leur faveur quelqu'autres moyens: & nous commencerons par expliquer une maniére très-simple de trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau.

CHAPITRE II.

Trouver le centre de gravité de la coupe horisontale du Navire faite à fleur d'eau, & de toutes les autres surfaces planes, en les divisant en plusieurs parties.

IL est très-ordinaire de chercher le centre de gravité G des surfaces planes irréguliéres, comme AEMNIB, Fig. 2.
[Fig. 2. Plan. 5.] en les séparant en plusieurs figures rectilignes, qui soient faciles à mesurer, & dont on connoisse Plan. 5.
le centre de gravité. On multiplie l'étenduë de ces parties, par la distance de leur centre de gravité à l'extrémité P de la surface; & faisant une somme de tous les produits, on la divise par l'étenduë entiere de la surface, & le quotient marque la distance PG de l'extremité P au centre de gravité P. Cette opération est fondée sur ce grand principe de Statique, que la somme des momens de plusieurs puissances est égale au produit de toutes ces puissances par la distance de leur centre d'effort commun au point fixe. De

Fig. 2. Plan. 5. ſorte que l'extrémité P ſert icy de point fixe ; toutes les parties dans leſquelles on partage la ſurface AEMNIB repreſentent les poids ou les puiſſances ; & lorſqu'on ajoute enſemble les momens de toutes ces parties, on trouve le moment total de la ſurface AN ; moment qui eſt égal au produit de cette ſurface entiere par la diſtance PG de ſon centre de gravité G au point fixe P : & ainſi il n'y a qu'à diviſer ce moment par l'étenduë de la ſurface, & on a PG. On peut par cette voye trouver le centre de gravité des figures planes avec toute l'exactitude qu'on veut : car rien n'empêche de partager les ſurfaces en un plus grand nombre de parties, afin que les portions AC, CE, EH, &c. de leur circuit approchent davantage d'être des lignes droites.

Mais cette méthode deviendroit extrémement longue, ſi la diviſion en pluſieurs parties ne ſe faiſoit pas avec choix. Pour abreger tout-à-fait conſidérablement, il faut partager la ſurface en trapezes, comme ABDC, CDFE, &c. par des paralelles DC, FE, HI, &c. qui ſoient perpendiculaires à la longueur PO, & qui ſoient toutes à une égale diſtance les unes des autres. On trouvera toujours enſuite l'étenduë de la ſurface AN avec beaucoup plus de facilité ; car au lieu de faire une multiplication pour trouver l'aire de chaque trapeze, au lieu de multiplier la hauteur de chaque de ces figures par la moitié de la ſomme des deux côtez paralelles, comme on l'apprend en Géométrie ; nous n'aurons qu'une ſeule multiplication à faire pour tous les trapezes, parce qu'ils auront tous même hauteur : c'eſt-à-dire, que nous n'aurons qu'à multiplier la moitié de la ſomme de tous les côtez paralelles par une hauteur comme QP, qui eſt la diſtance d'une paralelle à l'autre, & nous aurons l'étenduë de la ſuperficie AN, ou de tous les trapezes joints enſemble. Mais il faut remarquer que comme toutes les paralelles DC, FE, IH, LK, &c. excepté la premiere BA, & la derniere NM, ſervent de côté à deux trapezes, leur moitié doit être ré-

petée deux fois ; ou, ce qui eſt la même choſe, il faut employer ces paralelles entieres dans la multiplication, pendant qu'on ne mettra que la moitié de la premiere & de la derniere paralelle. Ainſi voici à quoi ſe réduit toute la pratique, pour trouver l'étenduë d'une ſurface plane irréguliere. Il faut prendre pluſieurs largeurs AB, CD, EF, HI, &c. à une égale diſtance les unes des autres & aſſez proche pour que les parties AC, CE, EH, &c. du contour de la ſuperficie, ſoient ſenſiblement des lignes droites : on fera une ſomme de toutes les largeurs intermediaires CD, EF, HI, KL, & de la moitié de la premiere & de la derniere AB & MN, & il n'y aura plus enſuite qu'à multiplier cette ſomme par la diſtance d'une largeur à l'autre. Si les lettres a, b, c, d, e, f déſignent les largeurs AB, CD, EF, &c. & que m, exprime la diſtance PQ ou QR d'une de ces largeurs à l'autre ; . . . . . $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + \tfrac{1}{2}f}$ marquera de cette ſorte l'étendue de la ſurface AN : & c'eſt auſſi ce qu'on pourroit vérifier facilement, s'il en étoit beſoin. $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b}$ eſt l'étenduë du premier trapeze ABDC ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c}$ l'étenduë du ſecond ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}d}$ du troiſiéme ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}e}$ du quatriéme ; $m \times \overline{\tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}f}$ du cinquieme ; & ces valeurs forment, jointes enſembles, $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}c + \tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}d + \tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}e + \tfrac{1}{2}f}$ qui ſe réduit à $m \times \overline{\tfrac{1}{2}a + b + c + d + e + \tfrac{1}{2}f}$.

Fig. 2. Plan. 5.

Nous ne pouvons pas nous empêcher de faire remarquer ici, que cette précaution, lorſqu'on diviſe une figure en pluſieurs parties, de leur donner à toutes quelques dimenſions égales, rend ordinairement les operations beaucoup plus ſimples, & peut-être d'un grand uſage dans la réſolution de pluſieurs Problêmes de Géometrie pratique. Mais afin de nous renfermer dans notre ſujet, ſuppoſons les mêmes dénominations que ci-deſſus, & cherchons les momens des cinq trapezes de la Figure 2. par rapport

Fig. 2. Plan. 5. au point fixe P. Le premier trapeze ABDC est formé du rectangle AB*ba* & des deux triangles AC*a*, BD*b*. L'étenduë du rectangle AB*ba* est le produit ma de $m = PQ$ par $a = AB$; & cette étenduë multipliée par la distance $\frac{1}{2}m$ de son centre de gravité au point fixe P, nous donnera $\frac{1}{2}m^2a$ pour le moment du rectangle AB*ba*. D'une autre part, l'étenduë du triangle AC*a* est $\frac{1}{2}m \times \overline{\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a}$, car $Aa = m$ & $Ca = \frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a$; ainsi l'aire des deux triangles AC*a*, BD*b* est $m \times \overline{\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}a}$; & si nous multiplions cette étenduë par $\frac{2}{3}m$ parce que les centres de gravité des deux triangles, doivent répondre au $\frac{2}{3}$ de A*a* ou de PQ, nous aurons $\frac{2}{6}m^2b - \frac{2}{6}m^2a$ pour le moment des deux triangles, qui étant ajouté avec le moment $\frac{1}{2}m^2a$ du rectangle A*b* donnera $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$ pour le moment du trapeze entier ABDC. Or il sera facile de faire la même chose pour les autres trapezes : il suffira de diviser le tout en rectangles & en triangles, & de considerer que la distance de leurs centres de gravité au point fixe P augmente dans chaque, d'un intervale comme PQ ou comme $QR = m$; c'est-à-dire, que si, par exemple, le centre de gravité des deux triangles AC*a*, & BD*d* est éloigné du point fixe P de la distance $\frac{2}{3}m = \frac{2}{3}QP$, le centre de gravité des deux triangles CE*c*, & DF*d*, sera éloigné du même point fixe, de la distance $\frac{5}{3}m = m + \frac{2}{3}m = PQ + \frac{2}{3}QR$. Enfin on trouvera $\frac{4}{6}m^2b + \frac{5}{6}m^2c$ pour le moment du second trapeze; $\frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$ pour celui du troisiéme; $\frac{10}{6}m^2d + \frac{11}{6}m^2e$ pour celui du quatriéme; & $\frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$ pour celui du cinquiéme; & on aura par conséquent $\frac{1}{6}m^2a + \frac{2}{6}m^2b$, $+ \frac{4}{6}m^2b + \frac{5}{6}m^2c$, $+ \frac{7}{6}m^2c + \frac{8}{6}m^2d$, $+ \frac{10}{6}m^2d + \frac{11}{6}m^2e$, $+ \frac{13}{6}m^2e + \frac{14}{6}m^2f$ pour le moment de toute la surface AHOF. Mais ce moment se réduit à $\frac{1}{6}m^2a + m^2b + {}^2m^2c + {}^3m^2d + {}^4m^2e + \frac{14}{6}m^2f$; & ainsi il n'y a qu'à diviser cette derniere expression par $m \times \overline{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ qui marque l'étenduë de la superficie, & nous aurons, selon le principe de Statique, $\frac{m^2 \times \overline{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}}{m \times \overline{\frac{1}{2}a + b + a + e + \frac{1}{2}f}}$

ou $m \times \frac{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ pour la diſtance PG du point fixe P au centre de gravité G. Fig. 2. Plan. 5.

Si on ſuit maintenant pied à pied le calcul précédent, & qu'on examine avec ſoin l'ordre que tous les termes obſervent entr'eux, on pourra rendre ce calcul plus géneral & l'appliquer à des ſurfaces partagées en tant de trapezes qu'on voudra. On verra que le numerateur de la fraction $\frac{\frac{1}{6}a + b + 2c + 3d + 4e + \frac{14}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + e + \frac{1}{2}f}$ qu'on doit multiplier par m eſt toujours formé, 1°. de la ſixiéme partie de la premiere largeur AB; 2°. de la ſeconde largeur entiere CD; 3°. du double de la troiſiéme largeur EF; 4°. du triple de la quatriéme largeur HI, & ainſi de ſuite juſqu'à la pénultiéme incluſivement; & quant à la derniere MN, on reconnoîtra que ſa ſixiéme partie entre un certain nombre de fois dans le numerateur de la fraction, & que pour ſçavoir combien elle y entre, il faut tripler la multitude des parties égales PQ, QR, RS, &c. que contient la longueur PO de la ſurface, & ôter l'unité du produit: c'eſt-à-dire, qu'ici où nous avons partagé la longueur PO en cinq parties, on retranche 1. de 15. qui eſt le triple de cinq, & on apprend par-là qu'il faut mettre 14. fois la ſixiéme partie de la derniere largeur MN. En un mot ſi n marque le nombre des parties égales PQ, QR, &c. nous pouvons exprimer generalement la diſtance PG de l'extremité P au centre de gravité G, par la formule . . . .

$$m \times \frac{\frac{1}{6}a + 1b + 2c + 3d + \&c. + \frac{3n-1}{6}f}{\frac{1}{2}a + b + c + d + \&c. + \frac{1}{2}f}$$ ou par $$PQ \times \frac{\frac{1}{6}\overline{AB} + 1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c. + \frac{3n-1}{6} \times \overline{MN}}{\frac{1}{2} \times \overline{AB} + CD + EF + HI + \&c. + \frac{1}{2} \times \overline{MN}}$$. Et il eſt facile de remarquer que lorſque la premiere largeur AB & la derniere MN ſont nulles, comme cela arrive dans pluſieurs ſurfaces qui ſe terminent en pointes à leurs deux extrémitez, on peut exprimer la diſtance PG d'une maniére

Fig. 1. Plan. 5. encore plus simple par $PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c.}{CD + EF + HI + \&c.}$.

Pour en donner un exemple, proposons-nous la coupe horisontale d'un Navire prise à fleur d'eau, qui ait 70 pieds de longueur, & dont les largeurs mesurées à dix pieds de distance les unes des autres en y comprenant celles des deux bouts, soient exprimées par ces nombres 0, 18, 23, 34, 23, 19, 11, & 0. La derniere formule $PG = PQ \times \frac{1 \times \overline{CD} + 2 \times \overline{EF} + 3 \times \overline{HI} + \&c.}{CD + EF + HI + \&c.}$ nous indique d'ajouter la largeur 18, avec le double de la largeur 23, le triple de la largeur 24, le quadruple de la largeur 23, &c. & de multiplier la somme 389 par la distance 10 d'une largeur à l'autre. Nous aurons 3890; & divisant ce produit par la somme 118 de toutes les largeurs 18, 23, 24, &c. il viendra 32 $\frac{114}{118}$ pieds ou 32 pieds 11 pouces 7 lignes, pour la distance PG du centre de gravité G à l'extrémité P de la surface; & c'est ce qu'on ne pourroit découvrir qu'avec beaucoup plus de peine, par toutes les autres voyes.

CHAPITRE III.

Trouver l'axe de l'impulsion de l'eau, en divisant la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes.

LA facilité de la méthode précédente m'a fait examiner si on ne pouvoit pas découvrir l'axe de l'impulsion de l'eau, en partageant aussi la surface de la prouë en plusieurs parties sensiblement planes. L'opération se réduit à chercher l'impulsion de l'eau sur chaque petite partie, & à composer toutes ces impulsions: mais comme elles agissent selon differentes directions, il est absolument nécessaire de les décomposer auparavant, & de les rapporter aux trois determinations, directe, laterale, & verticale, comme

comme nous l'avons fait dans le Ch. VII. de la premiere Section; c'eſt-à-dire,donc qu'il faut toujours chercher avec quelle force chaque partie de la prouë eſt pouſſée ſelon le ſens paralelle à la quille, ſelon le ſens perpendiculaire à la quille & ſelon le ſens vertical; il faut enſuite ajouter toutes les impulſions relatives directes enſemble, de même que toutes les latérales enſemble, & toutes les verticales auſſi enſemble; & de cette ſorte toutes les impulſions particuliéres ſe trouvent réduites à trois. Comme cette opération ſe trouve très-longue, nous avons tâché de l'abréger: mais il faut que nous convenions que ſi nous ſommes parvenus à la rendre beaucoup plus facile, nous n'avons pas pû réüſſir cependant à l'accommoder à la portée des perſonnes qui ne ſeroient nullement Géometres.

Pour trouver d'abord l'impulſion que doit ſouffrir chaque petite partie de la prouë, on peut meſurer actuellement l'angle d'incidence ſans chercher à le découvrir, à l'aide du calcul, par la ſituation connuë de la ſurface. Il faut pour cela que le Vaiſſeau ſoit encore ſur le chantier ou qu'il ſoit à ſec dans quelque baſſin: & ſuppoſé que le triangle ABC [Fig. 3. Planche 5.] ſoit une partie ſenſiblement plane de la ſuperficie de ſa prouë, on n'aura qu'à ſituer une regle CD horiſontalement, & la mettre paralellement à la direction que doit avoir l'eau; c'eſt-à-dire, qu'on la mettra paralellement à la quille, ſi on veut examiner l'impulſion de l'eau dans la route directe, mais qu'on la placera obliquement, s'il s'agit de quelque route oblique. Enfin la regle CD étant paralelle à la direction de l'eau, on meſurera l'angle qu'elle fera avec la ſurface ABC, & on aura l'angle d'incidence. Ainſi il ne reſtera plus qu'à chercher le ſinus de cet angle dans les tables ordinaires, & à en multiplier le quarré par l'étenduë de la ſurface, & on aura l'expreſſion du choc de l'eau; puiſque ces chocs ſont toujours en raiſon composée de l'étenduë des ſurfaces & des quarrez des ſinus des angles d'incidence. Mais comme la meſure de cet angle peut être

Fig. 3. Plan. 5.

R

encore ſujette à quelque difficulté, & que d'ailleurs on n'a pas toujours entre les mains des Tables des ſinus, je crois qu'il vaut mieux meſurer actuellement le ſinus même ; d'autant plus que cela ſe peut faire tout-à-fait aisément. On n'a en effet qu'à prendre ſur la regle CD un eſpace ED d'une grandeur conſtante pour repréſenter le ſinus total : & diſpoſant enſuite une équerre FGH, de maniére qu'étant placée perpendiculairement à la ſurface ABC, une de ſes branches GH ſoit étenduë ſur la ſurface, pendant que l'autre viendra joindre la regle au point E, la partie EG de cette ſeconde branche ſera le ſinus d'incidence ; & on en aura la valeur, ſi la branche eſt divisée en un certain nombre de parties égales. Au lieu de mettre ſur la branche FG une échelle de parties égales, on pourroit encore, ſi on le vouloit, en mettre une ſemblable à celle qui eſt gravée ſur les compas de proportion & qui porte le nom de *lignes des plans.* On ne trouveroit pas enſuite le ſinus d'incidence, mais on trouveroit le quarré de ce ſinus ; & il ne reſteroit donc, pour avoir l'impulſion de l'eau, qu'à multiplier ce quarré par l'étenduë de la ſurface.

On voit qu'il ſera toujours très-facile de trouver de cette ſorte l'impulſion abſoluë que doit recevoir de la part de l'eau chaque partie ſenſiblement plane de la ſuperficie de la prouë. Il s'agit maintenant de trouver les trois impulſions relatives ſelon les ſens direct, latéral, & vertical. Mais ſans les deduire des impulſions abſoluës, nous allons expliquer un principe très-commode, qui nous ſervira à les découvrir immédiatement, & par ce moyen nous rendrons toute l'opération beaucoup plus courte. Suppoſons
Fig. 4. Plan. 5. que AB [Fig. 4. Plan. 5.] ſoit une ſurface pouſſée par un fluide, ou par quelqu'autre agent ſelon la perpendiculaire DH ; on ſçait que cette ſurface ne peut pas être pouſſée ſelon DH, ſans l'être en même-tems ſelon toutes les autres directions qui ne font pas un angle droit avec DH ; & que les impulſions relatives ſont plus ou moins grandes, ſelon que ces directions font de plus petits ou de plus grands

angles avec DH. Or nous ferons remarquer que ſi on cherche les projections FG & IK de la ſurface AB ſur des plans perpendiculaires aux directions DC & DE (ce qui ſe fait, comme on le ſçait, en abaiſſant de toutes les extremitez de la ſurface AB des perpendiculaires ſur les plans FG & IK) il y aura même rapport de la ſurface AB à ces projections FG & IK, que de l'impulſion totale, qui s'exerce le long de DH, aux impulſions relatives qui ſe font reſſentir en même-tems ſelon les directions DC & DE. Fig. 4. Plan. 5.

Il eſt facile de voir la raiſon de cette vérité. Car ſi après avoir pris l'eſpace DM pour repreſenter avec quelle force la ſurface AB eſt pouſſée ſelon DH, on abaiſſe du point M les perpendiculaires MN & MO ſur les directions DE & EF, il eſt évident que les parties interceptées DN & DO de ces directions, repréſenteront les forces relatives avec leſquelles la ſurface AB eſt pouſſée ſelon DC & DE; & ſi on tranſporte enſuite par la penſée les projections FG & IK, en BR & en AL, les triangles ABR & DMN ſeront ſemblables, de même que les triangles ABL & DMO; parce que les trois côtez des uns ſont perpendiculaires aux trois côtez des autres: d'où il ſuit que les impulſions relatives DN & DO ſont à l'impulſion abſoluë DM, comme les projections BR & AL, ou GF & IK ſont à la ſurface AB. Nous n'avons point marqué ici la largeur de cette ſurface AB, ni celle de ſes projections; mais comme la largeur ſera toujours la même dans l'une & dans les autres, il n'y a que le ſeul rapport des hauteurs à examiner; & la hauteur AB de la ſurface qui reçoit le choc, ſera toujours à la hauteur IK de quelqu'une de ſes projections, comme la force abſoluë ſelon DH eſt à la force relative ſelon DE qui eſt perpendiculaire à IK. Or ce principe étant admis, il eſt clair que lorſque nous voudrons trouver avec quelle force relative l'eau pouſſe une partie plane de la prouë, ſelon une certaine ligne, nous n'aurons qu'à chercher la projection de cette partie ſur un plan perpendiculaire à la ligne propoſée, & multiplier le quarré du ſinus d'inciden-

ce par l'étenduë de cette projection. Nous multiplierions le quarré du ſinus d'incidence par la ſurface même, ſi nous voulions trouver l'impulſion abſoluë, ou ce qui revient au même, ſi la direction proposée étoit perpendiculaire à la ſurface. Mais puiſqu'il ne s'agit que de l'impulſion relative ſelon une certaine détermination, & que l'impulſion abſoluë eſt à l'impulſion relative comme la ſurface eſt à ſa projection, il eſt ſenſible que ce n'eſt pas la ſurface entiere, mais ſeulement ſa projection qu'il faut multiplier par le quarré du ſinus d'incidence. Ainſi pour découvrir avec quelle force les parties de la prouë ſont pouſſées ſelon le ſens paralelle à la quille, ſelon le ſens horiſontal perpendiculaire à la quille, & ſelon le ſens vertical, il nous faut chercher les projections de ces parties ſur trois différens plans, qui doivent être perpendiculaires à ces trois directions, directe, latérale, & verticale. Nous devons donc chercher la premiere projection ſur un plan vertical perpendiculaire à la quille, la ſeconde ſur un plan vertical paralelle à la quille, & la troiſiéme ſur un plan horiſontal. De cette ſorte nous trouverons immédiatement les impulſions relatives comme nous nous le propoſions, ſans être obligez de chercher auparavant les abſoluës. Mais il faut que nous expliquions de quelle maniére on doit partager la ſurface de la prouë, pour qu'on puiſſe meſurer commodément l'étenduë de ces trois projections dont nous avons beſoin.

Fig. 5. Plan. 5. Nous diviſerons la ſurface de la prouë GCV*g* [Fig. 5. Planc. 5.] en pluſieurs zones par des plans perpendiculaires à la quille. GNC*gfm*BMF eſt une de ces zones, qui eſt ſéparée du reſte de la ſurface, par les deux plans verticaux FB*f* & GC*g* perpendiculaires à la quille & à l'axe VE de la prouë. Nous diviſerons encore toutes ces zones en pluſieurs trapezes KFGL, MKLN, &c. par des plans horiſontaux *k*KL & *m*MN, &c. Et comme il peut arriver que, malgré la petiteſſe de ces trapezes, leurs quatre angles ne ſoient pas dans un même plan, nous les réduirons encore toujours en triangles, en traçant les diagonales

FL, KN, &c. au dedans : de ſorte que nous ne conſidérerons que ces ſeuls triangles comme des ſuperficies planes. Dans toutes ces ſuperficies il y aura toujours les pointes de deux angles qui ſeront dans le même plan horiſontal, & la pointe du troiſiéme angle ſera toujours au-deſſus ou au-deſſous d'une des deux premieres. On meſurera avec un fil à plomb la quantité verticale dont un de ces angles ſera plus élevé que l'autre, & on prendra en même-tems en bas ſur le terrain, la diſtance du fil à plomb à la quille, afin d'avoir les demies largeurs de Navire en chaque endroit. Enfin on nommera dans chaque triangle. Fig. 5. Plan. 5.

f La quantité dont les deux angles, qui ſont l'un au-deſſus de l'autre, ſont plus vers la poupe ou vers la prouë, que le troiſiéme angle.

g La difference des deux demies largeurs de la prouë meſurées vis-à-vis des deux angles qui ſont à côté l'un de l'autre, ou qui ſont à même hauteur.

k La différence des deux demies largeurs meſurées vis-à-vis des angles qui ſont l'un au-deſſus de l'autre.

Et enfin *i* la quantité verticale dont un de ces derniers angles eſt au-deſſus de l'autre.

C'eſt-à-dire, que ſi dans le triangle FGL, on abaiſſe par la penſée la perpendiculaire FP ſur EG, & que du point L on tire la verticale LQ qui rencontre EG perpendiculairement en Q, la lettre *f* déſignera FP ou AE, qui eſt la diſtance des deux plans verticaux qui terminent le tronc *g*BG de la prouë, & qui comprennent notre triangle. *g* déſignera PG qui eſt la difference des deux demies largeurs AF & EG de la prouë ; *k* exprimera la différence GQ des deux demies largeurs meſurées en G & en L : & enfin *i* marquera LQ ou HA. On n'a pareillement dans le triangle NMK qu'à abaiſſer du point N la perpendiculaire NR ſur IM prolongée vers R, & du point K abaiſſer la verticale KS qui rencontrera IM en S : nous aurons enſuite NR = FP = AE pour la valeur de *f*, valeur qui ſera la même dans tous les triangles de la même zone GB*g*.

Fig. 5. Plan. 5. Nous aurons, 2°. la différence MR des deux demies largeurs mesurées en M & en N pour la valeur de g; valeur qui sera ordinairement differente dans tous les triangles. Nous aurons 3°. MS qui est la différence des deux demies largeurs IM & MK pour la valeur de k. Et nous aurons 4°. la quantité verticale KS dont le point K est plus élevé que le point M pour la valeur de i. En un mot il sera toujours facile de connoître les quatre grandeurs f, g, k, & i, dans tous les triangles; il faudra seulement bien observer, de ne pas confondre ce qui appartient à l'un, avec ce qui appartient à l'autre; & il sera ensuite tout-à-fait aisé de trouver l'étenduë des trois projections que nous demandions.

S'il s'agit, par exemple, de l'impulsion que souffre le triangle FGL, & que nous cherchions sa projection sur le plan vertical qui passe par GL & GE, & qui est perpendiculaire à la quille, il est évident qu'il nous viendra le triangle PGL; puisque les points L & G sont communs au triangle FGL, & à sa projection PGL, & que le point P répond au point F, à cause de FP qui est paralelle à la quille & qui tombe perpendiculairement sur GP. Ainsi c'est l'étenduë du triangle PGL qu'il faut multiplier par le quarré du sinus d'incidence, pour avoir, conformément à ce que nous avons dit cy-devant, l'impulsion relative directe, à laquelle est sujette la partie triangulaire FGL. Or on trouvera l'étenduë du triangle de projectiou PGL, en multipliant sa base PG par la moitié de la hauteur LQ. C'est-à-dire, que nous aurons $\frac{1}{2}\,ig$ pour l'étenduë de cette projection; & on peut voir aisément que toutes les autres parties triangulaires de la prouë ont également $\frac{1}{2}\,ig$ pour leur projection faite sur un plan vertical perpendiculaire à la quille, aussi-tôt qu'on donne à i & à g les grandeurs qui leur conviennent. Si on cherche en second lieu la projection faite sur le plan horisontal AFGE, on trouvera le triangle FGQ; car les points F & G de la projection sont les mêmes que ceux du triangle FGL, & le point

Q répond au point L dans la même verticale QL : c'eſt par conſéquent le produit $\frac{1}{2}\overline{GQ} \times \overline{PF} = \frac{1}{2}kf$ qui marque l'étenduë de la projection, & c'eſt ce produit qu'on doit multiplier par le quarré du ſinus d'incidence, pour avoir la force relative verticale avec laquelle le triangle FGL eſt pouſſé en haut : & on peut remarquer que $\frac{1}{2}kf$ convient à tous les triangles. Enfin comme la projection faite ſur le plan vertical paralelle à la quille doit être compriſe entre les mêmes plans horiſontaux, que le triangle FGL, il eſt évident qu'elle aura $LQ = i$ de hauteur, & que ſa largeur ſera égale à $FP = f$; parce qu'elle ſera auſſi compriſe entre les mêmes plans verticaux perpendiculaires à la quille : c'eſt-à-dire, donc que $\frac{1}{2}\overline{LQ} \times FP = \frac{1}{2}if$ ſera l'étenduë de cette projection, & que c'eſt $\frac{1}{2}if$ qu'il faut multiplier par le quarré du ſinus d'incidence, pour avoir la force avec laquelle chaque triangle FGL eſt pouſſé lateralement ou de côté. Ainſi les produits $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}if$, & $\frac{1}{2}kf$ déſignent les trois projections dont nous avions beſoin, & ſont, pour ainſi dire, les *expoſans* des trois impulſions relatives, directe, latérale, & verticale. Ces projections une fois trouvées, ſerviront pour les routes de toutes ſortes d'obliquitez ; il n'y aura que le ſinus d'incidence qui ſera ſujet à changer. On meſurera ce ſinus comme nous l'avons expliqué cy-devant, & il ne reſtera donc qu'à en multiplier le quarré par les projections, pour avoir les trois impulſions relatives, auſquelles chaque partie triangulaire FGL de la ſurface de la prouë ſera exposée. Fig. 5. plan. 5.

Nous diſons qu'on meſurera le ſinus d'incidence ; mais il faut remarquer qu'on n'en prend ainſi actuellement la meſure que pour le decouvrir avec plus de facilité : car on pourroit en trouver la valeur par le calcul, en ſe ſervant ſimplement des dimenſions que nous venons de ſuppoſer. En effet ſi n déſigne le ſinus total, & m & h la tangente & la ſecante de l'angle de la derive, ou la tangente & la ſecante de l'obliquité de la route, nous pour-

Fig. 5. Plan. 5.

rions prouver assez aisément que, $\frac{n^2 ig \pm nmfi}{b\sqrt{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$ est l'expression générale des sinus d'incidence sur toutes les parties triangulaires de la prouë; sur les parties qui sont du côté de l'angle de la dérive lorsque le second terme du numérateur est affecté du signe +, & sur les parties de l'autre moitié de la prouë lorsque le second terme est affecté du signe —. Le quarré de cette expression étant multplié par les trois projections $\frac{1}{2}\,ig$, $\frac{1}{2}\,if$, $\frac{1}{2}\,kf$, on trouve, $\frac{\frac{1}{2}\,ig \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{b^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g + k^2f^2}}$; $\frac{\frac{1}{2}\,if \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{b^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$; & $\frac{\frac{1}{2}\,kf \times \overline{n^2ig \pm nmif}^2}{b^2 \times \overline{i^2f^2 + i^2g + k^2f^2}}$ pour les trois chocs relatifs, direct, latéral, & vertical.

Enfin aussi-tôt qu'on aura découvert ces chocs relatifs pour tous les triangles, il faudra ajouter ensemble tous les chocs directs, parceque comme ils agissent dans le même sens, ils doivent former un choc total, égal à leur somme. Il faudra par la même raison ajouter aussi ensemble toutes les impulsions verticales. Mais quant aux latérales, on prendra la différence de celles qui se font sur le côté droit de la prouë & de celles qui se font sur le côté gauche; parceque ces impulsions latérales sont contraires, & que les plus foibles doivent suspendre une partie de l'effet des plus fortes. Or toutes nos impulsions relatives se trouveront de cette maniére réduites simplement à trois: & il ne sera pas fort difficile de trouver aussi les directions de ces forces, en employant le principe de Statique, dont nous nous sommes déja servi. Nous n'aurons qu'à concevoir auprès du Vaisseau, un plan paralelle à la direction que nous voudrons déterminer; & si nous multiplions les chocs particuliers que souffrent toutes les parties de la prouë, par leur distance à ce plan, & que nous ajoutions ensemble tous ces produits ou momens, nous n'aurons qu'à diviser leur somme ou le moment total par la somme des impulsions, & il nous viendra au quotient la distance de leur direction composée, à ce plan que nous aurons pris pour terme. On déterminera ainsi les directions des trois chocs

relatifs,

relatifs, que souffrent ensemble toutes les parties de la prouë, & il faudra ensuite composer ces directions, pour avoir l'axe du choc absolu ou de l'impulsion totale. Comparant d'abord les deux impulsions relatives horisontales, directe, & latérale, on trouvera la direction de toute la partie de l'impulsion qui agit selon le sens horisontal : & comparant cette direction avec celle du choc relatif vertical, on trouvera enfin l'impulsion totale absoluë.

CHAPITRE IV.

Application de la méthode précédente à un Navire du Croisic.

J'Ay fait un essai de la méthode précédente sur un petit Navire du *Croisic* appellé le *S. Pierre*, du port d'environ 23 tonneaux, dont j'ai répresenté la carene dans la Figure 6 de la Planche 5. La coupe horisontale ACBE prise à fleur d'eau lorsque le Navire flottoit librement & qu'il étoit chargé, avoit 38 pieds 4 pouces de longueur AB & 12 pieds 6 pouces de plus grande largeur CE. La profondeur OF de la carene étoit de cinq pieds, & la distance AO de l'extrémité A de la prouë au point O de la plus grande largeur étoit d'environ 14 pieds 5 pouces. Pendant que la mer étoit basse & que le Navire étoit à sec, je divisai la moitié AEF de sa prouë en neuf parties triangulaires qui étoient sensiblement planes : mais cependant j'eus poussé la division beaucoup plus loin, s'il eût été question de tirer quelques conséquences certaines & de mâter effectivement ce Navire. Ces neuf triangles étoient disposez comme ils le paroissent dans la figure, & voicy à peu près comment j'en reglai l'arrangement, & que j'en pris les dimensions. Je laissai tomber du point A un fil à plomb, afin de déterminer le point *a*; & ayant prolongé la quille jusqu'à ce point, je lui tirai sur le terrain les trois perpen-

Fig. 6. Plan. 5.

S

Fig. 6. Plan. 5. diculaires *ml*, *gh*, & F*e*, d'une longueur indéterminée. Je fis partir les deux premieres, des deux points *m* & *g* que je pris à volonté, après cependant avoir mesuré les distances *am* & *ag*; mais je tirai la troisiéme du point F qui répondoit sous la plus grande largeur du Navire. Je pris ensuite un fil à plomb, égal à la hauteur A*a* de l'extrémité de la prouë, qui étoit de 5 pieds, & l'ayant appliqué aux points L, H, E qui répondoient exactement au-dessus des lignes *m l*, *gh*, F*e*, & qui étoient élevez au-dessus du terrain de toute la longueur du fil, je marquai ces trois points; & on mesura en même-tems en bas les trois espaces *ml*, *gh*, & F*e*, afin d'avoir les trois demies largeurs du Navire dans ces trois points. Je rendis ensuite le fil à plomb égal à la hauteur M*m*, & l'appliquant aux points K & X qui étoient également élevez que le point M & qui répondoient précisément au-dessus des lignes *gh*, & F*e*, on mesura les intervales *gk* & F*x*, pour avoir les demies largeurs de la carene dans les deux points K & X. Enfin je diminuai encore la longueur du fil à plomb, & l'ayant fait égal à la hauteur G*g*, je l'appliquai au point T qui étoit à la même hauteur & qui répondoit au-dessus de F*e* & je fis mesurer l'intervale F*t*. Il est clair que je pouvois ensuite, avec toutes ces dimensions, trouver aisément les trois differentes projections des neuf triangles ALM, LHK, LMK, MKG, HEX, KHX, KXT, GKT, & GTF dans lesquels j'avois partagé la moitié de la prouë; car pour trouver, par exemple, celles du triangle KHX, je n'avois qu'à faire attention que les grandeurs que nous avons désignées dans le Chapitre précédent par f, g, k, & i, sont égales à gF, à F$x - gk$, à $gh - gk = kh$, & à Hh − Kk; & il ne me restoit plus que de simples multiplications à faire, pour avoir l'étenduë des trois projections $\frac{1}{2}ig$, $\frac{1}{2}if$, & $\frac{1}{2}kf$. Enfin je trouvai que celles du premier triangle étoient de 577 $\frac{1}{2}$, de 445 $\frac{1}{2}$, & de 472 $\frac{1}{2}$ pouces quarrez; celles du second de 478 $\frac{1}{2}$, 957, & 667; du troisiéme de 676 $\frac{1}{2}$, 957, & 1015; du quatriéme de 430 $\frac{1}{2}$,

609, & 1189; du cinquiéme de 181 $\frac{1}{2}$, 1452, & 660; du sixiéme de 313 $\frac{1}{2}$, 1452, & 1012; du septiéme de 199 $\frac{1}{2}$, 924, & 1056; du huitiéme de 378, 924, & 1804; & enfin du neuviéme de 108, 264, & 1584. Je mesurai aussi les sinus d'incidence sur les neuf triangles, en me servant d'une équerre, comme je l'ai expliqué au commencement de l'autre Chap. Je pouvois par la formule $\frac{n^2 ig \pm nmif}{h\sqrt{i^2f^2 + i^2g^2 + k^2f^2}}$ déduire ces sinus des dimensions que je venois de prendre; mais il étoit plus court, comme je l'ai déja dit, de les mesurer actuellement. Je supposai le sinus total de 100 parties & je trouvai ces neuf valeurs, 66, 38, 43, 30, 11, 17, 14, 18, & 6. Mais il faut remarquer que ces sinus n'appartiennent qu'à la route directe, parce que je ne situai ma regle que paralellement à la quille. Fig. 6. Plan. 5:

Les quarrez de ces sinus sont 4356, 1444, 1849, 900, 121, 289, 196, 324, & 36. Je n'avois qu'à multiplier ces quarrez par l'étenduë des neuf triangles & il me fût venu, comme on le sçait, les chocs absolus que doivent recevoir ces triangles; mais comme je ne voulois avoir que les chocs relatifs directs & verticaux, je multipliai chaque quarré par chaque des projections $\frac{1}{2}$ *ig*, & $\frac{1}{2}$ *kf* & je reconnus que les neuf impulsions relatives directes étoient 2515590, 690954, 1250848 $\frac{1}{2}$, 387450, 21961 $\frac{1}{2}$, 90601 $\frac{1}{2}$, 39102, 122472, & 3888; & les neuf impulsions relatives verticales 2058210, 963148, 1876735, 1070100, 79860, 292468, 206976, 584496, & 57024. J'ajoutai ensuite les chocs horisontaux ensemble & les verticaux aussi ensemble, & je reconnus que la demie prouë AEF devoit être poussée selon le sens paralelle à la quille avec une force 5122867 $\frac{1}{2}$ & verticalement avec la force 7189017: d'où il suit que la prouë entiére qui doit être poussée avec des forces doubles, devoit ressentir les deux impulsions relatives 10245735, & 14378034. Je ne me servis point des projections $\frac{1}{2}$ *if* des neuf triangles, ou, ce qui est la même chose, je ne cherchai point avec quelle force le Na-

Fig. 6. Plan. 5. vire étoit poussé de côté ; parce qu'une des moitiez de la prouë est autant poussée que l'autre, aussi-tôt que le Navire single directement sur sa quille ; & les deux impulsions latérales qui sont contraires, doivent alors se détruire mutuellement.

Pour trouver ensuite la direction DW sur laquelle agit l'impulsion relative horisontale, je pris en pouces les distances perpendiculaires des centres de gravité des triangles au plan ACE, qui est une partie de la premiere tranche de la carene. Il faut remarquer que je ne mesurai pas actuellement ces distances, mais ce qui me donna précisément la même chose, comme il seroit facile de le démontrer, je fis une somme des distances des trois angles de chaque triangle au plan ACE & j'en pris le tiers. Je multipliai après cela les impulsions relatives horisontales 2515590, 690954, &c. par les distances des centres de gravité, ce qui me donna les momens de ces impulsions : & divisant selon le principe de Statique, la somme 176122905 de ces momens par la somme 10245735 des impulsions, il me vint 17 pouces & un peu plus, pour la quantité DS dont la direction DW est au-dessous du plan ACE. Je cherchai ensuite de la même maniére la direction DI de l'impulsion relative verticale. Je m'imaginai à l'extrémité A de la prouë, un plan vertical perpendiculaire à la quille, & ayant multiplié les impulsions particuliéres verticales 2058210, 963148, &c. par leurs distances à ce plan, je trouvai leurs momens particuliers & j'eus 814974408 pour leur somme ou pour le moment total. Je divisai ce moment total par 14378034 qui est la somme des impulsions verticales, & il me vint au quotient 56 pouces environ 8 lignes pour la distance AS de la direction verticale DI à l'extrémité A de la prouë. J'eus encore conçû un autre plan vertical, mais paralelle à la quille, & j'eus cherché les distances des directions DW & DI à ce plan, s'il eût été question d'une route oblique. Mais dans le cas que je considérois, les directions DW & DI n'étoient

pas plus d'un côté du Vaiſſeau que de l'autre ; elles étoient exactement dans le plan vertical AOF qui coupe la prouë par la moitié. Fig. 61 Plan. 5.

Enfin il ne me reſtoit plus qu'à compoſer les deux directions DW & DI pour trouver la direction DRN de l'impulſion abſoluë : mais c'eſt ce qui étoit tout-à-fait facile après tous les calculs précédens ; puiſque cette direction DR doit être la diagonale d'un rectangle DQRP qui a ſes côtez DQ & DP en même raiſon que les deux impulſions horiſontale, & verticale 10245735, & 14378034. Je cherchai auſſi le centre de gravité γ de la premiere tranche ACBE de la carene par la méthode du Chapitre II. de ces Additions, & ayant ſouſtrait AS qui étoit de 56 $\frac{2}{3}$ pouces de la diſtance Aγ que je trouvois de 17 pieds 8 pouces, il me vint 12 pieds 11 $\frac{1}{3}$ pouces pour Sγ ou pour DW. Je fis après cela cette analogie : l'impulſion horiſontale DQ = 10245735 eſt à l'impulſion verticale DP ou QR = 14378034, comme 12 pieds 11 $\frac{1}{3}$ pouces valeur de DW ſont à environ 18 pieds 2 pouces, valeur de WN ; &, ſi on en retranche Wγ qui eſt égal à DS, & qui eſt de 17 pouces, il reſtera 16 pieds 9 pouces pour l'élévation γ N du *point vélique* N, qui eſt, comme on le ſçait, le point d'interſection de l'axe DN du choc de l'eau & de la verticale du centre γ. Ainſi nous voyons que pour donner une diſpoſition parfaite à la Mâture du Navire le *S. Pierre*, il eût fallu mettre le centre d'effort de ſes voiles à 16 pieds 9 pouces au-deſſus de la ſurface de l'eau ; ou à environ 14 pieds au-deſſus du Navire, parce que le tillac & le bord pouvoient avoir 2 pieds 9 pouces de hauteur au-deſſus de l'eau. Cela ſuppoſé, ſi on eût fait la voile large de 20 pieds par en bas & de 50 par le ſommet, comme on le pouvoit très-aiſément ; il eût fallu la faire de 24 $\frac{1}{2}$ pieds de hauteur, & donner auſſi cette même hauteur aux Mâts au-deſſus du Navire : c'eſt ce qu'on trouve par l'analogie indiquée à la fin de l'article V. du Chapitre IX. de la premiere Section.

Fig. 25. & 26. Il n'y auroit pas plus de difficulté à trouver l'impulsion de l'eau dans une route oblique : l'opération seroit simplement plus longue, parce qu'il faudroit chercher le choc relatif latéral auquel seroient exposées les parties de la prouë & qu'il faudroit composer ce choc avec les deux autres. Il est vrai qu'à faire la même opération seulement pour neuf ou dix routes, on s'engageroit dans un travail de plusieurs jours. Mais il suffit de faire attention aux fruits considérables qu'on en retireroit & à l'importance de la matiére, & je crois qu'on ne comptera ensuite la peine que pour très-peu de chose. Ce ne sont pas simplement nos maximes de Mâture, qui supposent la détermination exacte de l'axe de l'impulsion absoluë de l'eau: nous croyons même, comme nous l'avons déja insinué, qu'après que nous aurons mis nos deux voiles aux deux extremitez du Vaisseau & que nous leur aurons donné la hauteur convenable pour la route directe, on pourroit sans inconvenient laisser aux Marins le soin d'en regler la disposition particuliére dans les routes obliques; & de cette sorte nous n'aurions gueres à chercher l'axe du choc absolu de l'eau, que dans le seul cas où le Navire single directement sur sa quille. Mais presque tous les Problêmes de Manœuvre supposent la détermination de ce même axe dans les routes obliques. Il n'est pas possible, par exemple, de découvrir autrement la disposition la plus avantageuse de la voile & du Vaisseau; soit pour gagner au vent; soit pour suivre une route proposée; soit pour atteindre un autre Vaisseau qui fait voile & qui fuit. D'ailleurs si la Théorie de la Manœuve est fondée sur la connoissance de l'impulsion de l'eau, il est certain qu'on ne peut guéres découvrir cette impulsion, par les méthodes purement géométriques : car la courbure de la carene est mécanique & irréguliére dans presque tous les Vaisseaux, & ainsi il n'y a point de meilleur parti à prendre, que celui de partager la prouë en plusieurs petites surfaces sensiblement planes, comme nous venons de faire. Peut-être cependant que

la méthode précédente, quoique nous ayons trouvé le moyen de l'abreger aſſez conſiderablement, paroîtra encore trop longue, pour qu'on puiſſe ſe réſoudre à en faire un fréquent uſage dans la Marine. Mais nous allons montrer qu'on peut preſque toujours en rendre l'application beaucoup plus ſimple, auſſi-tôt qu'il s'agit de découvrir l'impulſion de l'eau pour pluſieurs routes.

CHAPITRE V.

Ayant trouvé par l'expérience ou par quelqu'autre moyen l'impulſion de l'eau ſur la prouë, pour la route directe & pour une route oblique, découvrir géométriquement les impulſions pour toutes les autres routes.

EN effet c'eſt aſſez que nous connoiſſions les impreſſions de l'eau dans deux routes différentes, pour que nous puiſſions les trouver dans toutes les autres; pourvû cependant qu'il n'y ait toujours que les mêmes parties de la prouë qui ſoient exposées au choc. Cela vient de ce qu'il y a toujours, quoique cela paroiſſe aſſez ſurprenant, un certain rapport entre toutes les impulſions que peut ſouffrir une ſurface & de ce que ce rapport ſe trouve non-ſeulement dans les ſurfaces courbes géométriques & réguliéres; mais auſſi dans celles qui ſont comme formées au hazard & dont les parties ne gardent aucun ordre dans leur ſituation. De ſorte qu'une ſurface dont la courbure n'eſt pas ſoumiſe au calcul algébraïque, reçoit des chocs dont la relation y eſt ſoumiſe & dont la relation peut s'exprimer d'une maniére générale.

Si nous conſidérons d'abord les expreſſions des chocs relatifs que nous avons données dans le Chapitre VII. de la premiere Section, nous verrons qu'on peut toujours les réduire à cette forme $\frac{E \pm m \times F + m^2 \times G}{h^2}$ dans laquelle, E,

F, & G ſont des grandeurs conſtantes, qui ne changent point par les diverſes obliquitez de la route; mais qui ſont ſimplement differentes ſelon qu'il s'agit d'impulſions relative ou directe, ou latérale, ou verticale. Supposé, par exemple, qu'on examine la premiere formule . . . . $\int \frac{2n^4qydy^3 \pm 4mn^3rydy^2dx + m^2n^2qydydx^2}{2h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, il eſt clair qu'elle eſt préciſément la même que $\frac{1}{h^2}\int \frac{2n^4qydy^3}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}} \pm \frac{m}{h^2} \times$ . . $\int \frac{4n^3rydy^2dx}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}} + \frac{m^2}{h^2}\int \frac{n^2qydydx^2}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; & cette derniere expreſſion ne differe point de $\frac{E}{h^2} \pm \frac{m}{h^2}F + \frac{m^2}{h^2}G$ ou de $\frac{E \pm mF + m^2G}{h^2}$ auſſi-tôt qu'on déſigne les trois intégrales $\int \frac{2n^4qydy^3}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{4n^3rydy^2dx}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{n^2qydydx^2}{2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, par les lettres E, F, G. On peut dire auſſi la même choſe des impulſions, relative, latérale, & verticale. Toute la différence qui ſe trouve, c'eſt que lorſqu'il eſt queſtion de l'impulſion directe, exprimée par la premiere formule, les grandeurs E, F, G ſont égales aux intégrales que nous venons de rapporter; au lieu que lorſqu'il s'agit de l'impulſion latérale qui eſt exprimée par la quatriéme formule, ces grandeurs ſont égales aux intégrales $\int \frac{3n^4ydy^2dx}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{\frac{3n^3q}{r}ydydx^2}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, & $\int \frac{n^2ydx^3}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ & aux integrales . . . . . $\int \frac{3n^4ydy^2dx}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{3n^3ydydx^2}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, $\int \frac{n^2ydx^3}{3 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, lorſqu'il eſt queſtion des impulſions verticales. Mais enfin il eſt ſenſible que les grandeurs E, F, G ne ſont toujours point ſujettes à changer par les divers angles de dérive, & qu'il n'y a de variable dans l'expreſſion $\frac{E \pm mF + mG}{h^2}$ que la tangente m & la ſecante h : & ſi on met à la place de h^2

ſa

ſa valeur $n^2 + m^2$, nous aurons cette autre formule $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, qui ne contient plus que la ſeule variable m, & qui convient néanmoins à tous les conoïdes & pour tous les angles de dérive.

Nous trouverons encore la même choſe, en nous ſervant des expreſſions générales $\frac{1}{2}\, ig \times \frac{\overline{n^2 ig \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}}$; $\frac{1}{2}\, if \times \frac{\overline{n^2 gi \pm mnfi}^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + 2k^2}}$, & $\frac{1}{2}\, kf \times \frac{\overline{n^2 ii \pm mnf}^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}}$ dont nous avons parlé dans le Chapitre III. de ces Additions. Car ſi nous prenons à volonté une de ces expreſſions, comme, par exemple, la derniere, qui marque l'impulſion relative verticale ſur chaque partie triangulaire de la prouë GCVg [Fig. 5. Plan. 5.] nous n'aurons qu'à lui donner cette forme $\frac{1}{2}\, kf \times \frac{n^4 i^2 g^2 \pm 2mn^3 fgi^2 + m^2 n^2 f^2 i^2}{h^2 \times \overline{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}}$ ou cette autre $\frac{1}{h^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2} \pm \frac{m}{h^2} \times \frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2} + \frac{m^2}{h^2} \times \frac{\frac{1}{2} n^2 f^3 i^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$, & nous verrons qu'elle contient trois termes dont le premier n'a $\frac{1}{h^2}$ de variable, puiſque le reſte $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ eſt formé ſimplement du ſinus total n, & des grandeurs i, g, f, k qui marquent la ſituation & les dimenſions du triangle FGL qui reçoit le choc. Par la même raiſon, le ſecond & le troiſiéme terme n'ont que $\frac{m}{h^2}$, & $\frac{m^2}{h^2}$ de variables; & ainſi, ſi E eſt la ſomme de toutes les valeurs $\frac{\frac{1}{2} n^4 i^2 g^2 kf}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ tirées de tous les triangles dont la ſurface de la prouë eſt formée; ſi outre cela F eſt la ſomme de toutes les valeurs $\frac{n^3 gi^2 kf^2}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$ &

que G ſoit celle de toutes les valeurs $\frac{\frac{1}{2} n^2 f^3 i^2 k}{f^2 i^2 + i^2 g^2 + f^2 k^2}$, nous aurons $\frac{E}{h^2} \pm \frac{m}{h^2} F + \frac{m^2}{h^2} G$, ou $\frac{E \pm mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$ pour l'impulſion relative verticale que ſouffrent enſemble toutes les parties de la moitié de la prouë. Or comme on peut partager toutes les ſurfaces tant Géométriques que Mécaniques en parties triangulaires ſenſiblement planes comme FGL, au moins en parties infiniment petites, il eſt certain que nous pouvons appliquer ce que nous venons de dire à toutes ſortes de ſurfaces, c'eſt-à-dire, que $\frac{E \pm mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$ peut toujours exprimer toutes les impulſions relatives auſquelles elles ſont ſujettes. Ainſi il n'eſt plus queſtion que de déterminer les grandeurs E, F, G; & de le faire d'une maniére aſſez générale pour convenir à toutes les ſurfaces.

Le moyen qui me paroît le plus commode, c'eſt de comparer cette formule $\frac{E \pm mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$ à trois impulſions déja connuës : car nous aurons trois differentes équations, & il n'en faut pas davantage pour pouvoir déterminer trois inconnuës telles que E, F, G. Je ſuppoſe donc que lorſque l'angle de la dérive eſt nul, ou que le fluide ſe meut ſelon la ligne de la quille, le choc relatif ſelon une certaine détermination eſt repreſenté par A; que lorſque l'angle de la dérive eſt ſenſible & que c eſt ſa tangente, le choc relatif, ſelon le même ſens que le premier eſt repréſenté par a; & que lorſque e eſt la tangente de l'angle de la dérive, le choc relatif ſelon la même détermination que les deux autres eſt a. J'introduis ſucceſſivement à la place de m, dans la formule générale $\frac{E \pm mF + m^2 G}{n^2 + m^2}$, les tangentes o, $+c$, & $+e$ des trois angles de dérive, & je trouve ces trois diverſes impulſions $\frac{E}{n^2}$,

$\frac{E+cF+c^2G}{n^2+c^2}$, & $\frac{E+eF+e^2G}{n^2+e^2}$; ce qui me donne les trois équations $\frac{E}{n^2}=A$, $\frac{E+cF+c^2G}{n^2+c^2}=\mathrm{a}$, & $\frac{E+eF+e^2G}{n^2+e^2}=a$. La premiere me fait déja découvrir que $E=An^2$; & faisant disparoître E des deux autres, j'ai $\frac{An^2+cF+c^2G}{n^2+c^2}=\mathrm{a}$ & $\frac{An^2+eF+e^2G}{n^2+e^2}=a$. Je cherche ensuite dans ces dernieres équations la valeur de F; ce qui me donne $F=\frac{-An^2+\mathrm{a}\times\overline{n^2+c^2}-c^2G}{c}$, & $F=\frac{-An^2+a\times\overline{n^2+e^2}-e^2G}{e}$; & comparant ces deux valeurs ensemble, on a l'égalité $\frac{-An^2+\mathrm{a}\times\overline{n^2+c^2}-c^2G}{c}=\frac{-An^2+a\times\overline{n^2+e^2}-e^2G}{e}$ dans laquelle il est facile de découvrir G, qui est notre derniere inconnuë; on trouve $G=\frac{An^2\times\overline{e-c}-ae\times\overline{n^2+c^2}+ac\times\overline{n^2+e^2}}{ce^2-c^2e}$ & introduisant cette valeur dans celle $\frac{-An^2+\mathrm{a}\times\overline{n^2+c^2}-c^2G}{c}$ de F, il viendra $F=\frac{-An^2\times\overline{e^2-c^2}+ae^2\times\overline{n^2+c^2}-ac^2\times\overline{n^2+c^2}}{ce^2-c^2e}$. Or maintenant que nous connoissons les trois valeurs de E, F, & G nous n'avons qu'à les faire entrer dans l'expression $\frac{E\pm mF+m^2G}{n^2+m^2}$ & nous la changerons en cette formule générale $\frac{An^2}{n^2+m^2}\pm m\times$ . . . . $\frac{-An^2\times\overline{e^2-c^2}+ae^2\times\overline{n^2+c^2}-ac^2\times\overline{n^2+e^2}}{\overline{ce^2-c^2e}\times\overline{n^2+m^2}}+m^2\times$ . . . $\frac{An^2\times\overline{e-c}-ae\times\overline{n^2+c^2}+ac\times\overline{n^2+e^2}}{\overline{ce^2-c^2e}\times\overline{n^2+m^2}}$: *formule* qui peut être d'un grand usage pour trouver toutes les impulsions ausquelles les surfaces courbes sont sujettes, aussi-tôt qu'on connoît déja trois de ces impulsions. Cette formule peut servir pour chaque moitié de la prouë, prise séparément;

pour la moitié qui eſt la plus exposée au choc, lorſqu'on affectera la tangente m du ſigne +, & ſur l'autre moitié, lorſqu'on affectera cette tangente du ſigne —.

Mais lorſque la ſuperficie qui reçoit le choc a deux parties parfaitement égales, qui s'étendent de part & d'autre d'une ligne droite, qu'on peut prendre pour axe, & qu'on voudra trouver l'impulſion ſur les deux parties tout à la fois, on pourra conſtruire d'autres formules qui ſeront beaucoup plus ſimples. L'expreſſion $\frac{E \pm mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ en renferme à proprement parler deux autres ; puiſque ſi on prend $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ & qu'il ſoit queſtion comme ici du choc que reçoit la prouë ; cette premiere expreſſion marque le choc ſur la moitié qui eſt du côté de l'angle de la dérive ; & ſi on prend $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, on aura le choc ſur le côté opposé, qui eſt le moins exposé à l'action de l'eau. Ainſi pour avoir l'impulſion que ſouffre la prouë entiere, nous n'avons qu'à joindre $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ avec $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$, & nous aurons $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$; ſupposé qu'il s'agiſſe d'impulſions directes ou verticales : car on ſçait que les deux impulſions directes, de même que les deux verticales que reçoivent les deux moitiez de la prouë, s'exercent dans le même ſens & s'aident l'une & l'autre. Mais ſi nous voulons avoir le choc latéral, il faut ſouſtraire celui $\frac{E - mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ que reçoit un côté, de celui $\frac{E + mF + m^2G}{n^2 + m^2}$ que reçoit l'autre côté, & nous aurons $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ pour la force avec laquelle la prouë entiére ſera pouſſée latéralement, par le choc

le plus fort. De ſorte que $\frac{{}^2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ & $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ ſont les deux formes ſous leſquelles ſe trouvent toujours les impulſions relatives que ſouffre la prouë entière : les impulſions directes & les verticales viennent toujours ſous la premiere forme, & les latérales, ſous la ſeconde.

Or il ſuffit maintenant que nous connoiſſions deux impulſions ſelon une certaine détermination pour pouvoir découvrir toutes les autres ſelon la même détermination ; au lieu qu'il nous falloit auparavant en connoître trois. Je nomme encore A le choc direct ou vertical que reçoit la prouë entiére, lorſque l'angle de la dérive eſt nul, ou lorſque le Navire ſingle directement ſur ſa quille, & a, le choc direct ou vertical que reçoit la prouë, lorſque le Navire ſuit une route dont c marque la tangente de l'obliquité. Je ſubſtituë ſucceſſivement les deux valeurs zero, & c de la tangente de la dérive à la place de m dans l'expreſſion générale $\frac{{}^2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ & je réduis cette expreſſion à ces deux autres $\frac{{}^2E}{n^2}$, & $\frac{{}^2E + 2c^2G}{n^2 + c^2}$ qui doivent donc être égales à A & à a. Déduiſant enſuite une valeur de ${}^2E$, de chaque de ces équations $\frac{{}^2E}{n^2} = A$ & $\frac{{}^2E + 2c^2G}{n^2 + c^2} = a$, nous trouvons ${}^2E = An^2$ & ${}^2E = a \times \overline{n^2 + c^2} - {}^2c^2G$; & comparant ces deux valeurs, il nous vient $An^2 = a \times \overline{n^2 + c^2} - {}^2c^2G$; d'où nous tirons $G = \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{2c^2}$. Enfin ſi nous faiſons diſparoître E & G de l'expreſſion $\frac{{}^2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ nous aurons *la formule* $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, qui marque, en grandeurs entiérement connuës, les impulſions relatives directes ou verticales, pour les routes de toutes les obliquitez.

Mais nous trouverons encore bien plus aisément les chocs relatifs latéraux que la prouë entiére est sujette à recevoir ; & cette facilité vient de ce que l'expression $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ de ces chocs ne contient qu'une seule inconnuë F. Je nomme b le choc latéral qui convient à un angle de dérive dont c est la tangente : je substituë cette tangente à la place de m, & il me vient $\frac{2cF}{n^2 + c^2}$ qui doit donc être égale à b. Il suit de-là que $F = \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{2c}$; & introduisant cette valeur de F dans $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$, nous aurons la *formule* $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{c}$, qui exprime, d'une maniére très-simple, les impulsions laterales sur la prouë entiere, pour tous les angles de dérive dont m est la tangente.

Voilà le moyen de découvrir toutes les impulsions latérales aussi-tôt qu'on en a déja découvert une. Mais en y faisant un peu d'attention, on reconnoît aisément qu'on peut les trouver aussi sans en supposer aucune de connuë ; parce qu'on peut les déduire des impulsions directes. Cela vient de la conformité qu'il y a entre l'expression $\frac{m}{b^2} \times \int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times \overline{dx^2 + ay^2}}$ ou $\frac{m}{n^2 + m^2} \int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times \overline{ax^2 + dy^2}}$ de cette impulsion latérale, & le second terme de l'expression $\frac{1}{n^2 + m^2} \int \frac{2n^4 qydy^3}{r \times \overline{dx^2 + dy^2}} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \int \frac{n^2 qydydx^2}{r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulsion relative directe que souffre la prouë entiére. Ces deux expressions sont déduites des formules de la Table de la page 52 ; & si on compare la derniere avec $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ qui lui est égale & qui a la mê-

me forme, on verra que $\frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ eſt la valeur de l'intégrale $\int \frac{n^2 qydydx^2}{r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$. Multipliant enſuite par $2n$, nous aurons $\frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ pour la valeur de ..... $\int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, & par conſéquent $\frac{m}{n^2 + m^2} \times$ .... $\frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ ſera celle de l'impulſion latérale $\frac{m}{n^2 + m^2} \int \frac{2n^3 qydydx^2}{r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$. Ainſi on voit que nous avons deux méthodes de trouver ces impulſions pour les routes de toutes ſortes d'obliquitez. Si nous connoiſſons déja une de ces impulſions (b) pour un angle de dérive dont c eſt la tangente, nous nous ſervirons de la formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{c}$ de l'article précédent : mais ſi nous n'en connoiſſons aucune, & que nous ayons ſimplement les impulſions relatives directes A & a, dans la route directe & dans une route oblique, nous n'aurons qu'à nous ſervir de *la formule* $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$.

Enfin ce ſont non-ſeulement les impulſions relatives qu'on peut découvrir par les moyens précédens, mais on peut auſſi trouver leurs momens : car ils ſe réduiſent également toujours à l'une ou à l'autre de ces deux formes $\frac{2E + 2m^2 G}{n^2 + m^2}$ ou $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$. Comme les momens ne ſont que les impulſions multipliées par les diſtances de leurs directions à un certain terme, & que ces diſtances ne ſont point ſujettes à changer, par les diverſes obliquitez de la route, il eſt clair que les momens qui appartiennent à chaque moitié de la prouë, doivent avoir la même forme

$\frac{E \pm mF + n^2G}{n^2 + m^2}$ que les impulſions mêmes ; & c'eſt ce qu'on voit auſſi en jettant les yeux ſur les formules de la Table de la page 52, qui contiennent des momens dans leur numérateur. Mais ſi on cherche les momens pour la prouë entiére ; ce qu'on fera en ajoutant les deux momens particuliers, lorſqu'ils ſont tous deux *poſitifs*, ou en retranchant l'un de l'autre, lorſqu'il y en a un qui doit être regardé comme *négatif*, on trouvera toujours $\frac{2E + 2m^2G}{n^2 + m^2}$ dans le premier cas, & $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$ dans le ſecond : & ainſi on pourra avoir recours à nos formules générales, $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ & $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{b \times \overline{n^2 + c^2}}{c}$ pour découvrir les momens de toutes les impulſions, auſſi-tôt qu'on en aura déja découvert quelques-uns.

Lorſqu'on cherche par rapport au ſommet de la prouë le moment de l'impulſion latérale que ſouffre la prouë entiere ; on trouve qu'il vient ſous la ſeconde forme $\frac{2mF}{n^2 + m^2}$; & ſi on le diviſe par l'impulſion latérale, qui ſe trouve auſſi ſous la ſeconde forme, & que nous pouvons exprimer par $\frac{2mP}{n^2 + m^2}$ en prenant P pour une grandeur conſtante, nous aurons $\frac{F}{P}$ pour la quantité VX [Figure 5. Planc. 5.] dont la direction YZ de l'impulſion latérale que ſouffre la prouë eſt éloignée du ſommet V de la prouë : ce qui nous apprend que cette direction YZ reſte toujours dans le même endroit par rapport à la longueur du Vaiſſeau. Mais ce n'eſt pas la même choſe des autres directions ; elles ſont toutes ſujettes à changer, auſſi-tôt que le Navire prend des routes de différentes obliquitez. Si nous cherchons, par exemple, le moment de l'impulſion

Fig. 5. Plan. 5.

l'impulſion directe par rapport au plan vertical qui paſſe par le milieu de la prouë, nous le trouverons encore ſous la ſeconde forme, & nous pourrons l'exprimer par $\frac{2mQ}{n^2+m^2}$, en prenant Q pour une grandeur conſtante. Fig. 5. Plan. 5.

Nous trouverons ce moment ſous la ſeconde forme, parce que le moment qui appartient à une des moitiez de la prouë eſt *négatif* par rapport à l'autre; ce qui ne vient pas des impulſions, puiſqu'elles agiſſent toutes deux dans le même ſens, & qu'elles ſont par conſéquent toutes deux *poſitives*; mais cela vient de ce que les deux directions ſont placées de différens côtez du plan vertical qui paſſe par le milieu de la prouë, & que la diſtance d'une de ces directions au plan vertical doit être cenſée *négative*. Enfin le moment total $\frac{2mQ}{n^2+m^2}$ étant diviſé par l'impulſion directe que ſouffre la prouë entiére, & que nous pouvons repréſenter par $\frac{2R+2m^2S}{n^2+m^2}$, nous trouverons $\frac{mQ}{R+m^2S}$ pour la diſtance XY de l'axe de la prouë à la direction YT de l'impulſion relative directe à laquelle la prouë entiére eſt exposée; & on voit que cette diſtance eſt ſujette à changer ſelon que la tangente *m* de l'obliquité de la route augmente ou diminuë.

Mais ce qui eſt très-remarquable, c'eſt que quoique YT s'approche ou s'éloigne de l'axe VE de la prouë, la direction composée YW ſur laquelle s'exerce toute la force horiſontale de l'eau, paſſe cependant toujours par le même point D de l'axe VE. Pour s'en convaincre, on n'a qu'à conſidérer que la direction composée YW eſt la diagonale du rectangle YTWZ qui a pour ſes côtez YZ & YT, les deux impulſions relatives, latérale & directe que nous venons de déſigner par $\frac{2mP}{n^2+m^2}$ & $\frac{2R+2m^2S}{n^2+m^2}$. Et

Fig. 5. Plan. 5.

faiſant enſuite cette proportion $YZ = \frac{2mP}{n^2 + m^2} \mid ZW = YT = \frac{2R + 2m^2 S}{n^2 + m^2} \parallel XY = \frac{mQ}{R + m^2 S} \mid XD$, nous trouverons pour XD la grandeur conſtante $\frac{P}{Q}$. Ainſi le point D eſt toujours également éloigné de la direction YZ de l'impulſion latérale ; & comme d'un autre côté cette direction eſt toujours à la même diſtance de l'extrémité V de la prouë, il s'enſuit que le point D par lequel paſſe la direction composée YW de toute l'impulſion horiſontale, tant latérale que directe, ſera auſſi toujours également éloigné de l'extrémité V de la prouë. Il nous eſt très-avantageux de connoître cette propriété qu'ont les prouës de toutes ſortes de figures. Car c'eſt de part & d'autre du point D qu'on doit mettre en équilibre les voiles de l'avant & de l'arriére ; & puiſque ce point ne change point par l'obliquité des routes, il n'eſt pas néceſſaire, pour le rendre ſtable, de nous aſſujettir à ne donner à la prouë qu'une certaine forme particuliére. Nous pourrons au contraire, choiſir toujours la figure qui nous procurera par ailleurs le plus d'avantages ; & nous aurons encore la commodité de pouvoir déterminer le point D en cherchant ſimplement la direction YW dans une ſeule route.

Il eſt vrai que toutes les choſes précédentes n'ont lieu que lorſque l'eau ne rencontre préciſément que les mêmes parties de la prouë. Mais comme l'obliquité des routes n'eſt pas ordinairement exceſſive, on pourra très-ſouvent négliger la nouvelle partie de la carene, qui ſe trouvera expoſée au choc d'autant plus qu'elle n'en recevra toujours que très-peu. Et dans les rencontres où on voudra pouſſer l'exactitude plus loin, on n'aura qu'à chercher encore par les moyens précédens l'impulſion que ſouffre la prouë : ce ſera toujours autant de fait ; & il ne reſtera plus qu'à y joindre l'impulſion ſur la nouvelle partie, impulſion qu'on découvrira aiſément par la méthode du

Chap. III. en partageant cette nouvelle partie en quelques triangles. Il arrivera aussi pour l'ordinaire que les directions des trois chocs relatifs seront toutes en differens plans, & qu'elles ne se couperont en aucun point. Alors, si on en excepte un cas très-singulier, il ne sera jamais possible de composer exactement ces trois forces ni de les réduire à une seule direction. Mais comme on peut se dispenser, dans la pratique des Arts, d'observer une précision trop rigoureuse, il n'y aura point d'inconvenient à chercher la direction du choc absolu, comme si les directions des impulsions relatives se trouvoient deux à deux exactement dans le même plan.

CHAPITRE VI.

Remarques sur les proprietez particuliéres qu'ont toutes les prouës formées en demi conoïdes.

JUsqu'ici nous n'avons parlé que des proprietez qui conviennent aux prouës de toutes sortes de figures; mais si on attribuë aux prouës quelques especes de formes déterminées, il arrivera qu'outre les proprietez précedentes, qui sont générales & communes, elles en auront toujours d'autres qui leur seront particuliéres. C'est ce que nous allons faire voir dans les prouës en demi conoïdes après avoir donné les dimensions de celle qui trouve à fendre l'eau le moins de résistance qu'il est possible.

Nous mettons ces mesures dans cet endroit-cy de nos Additions, parce que nous n'avons point eu occasion de les inserer ailleurs. Nous avons cru qu'en les calculant nous rendrions quelque service à la Marine; car tout ce qu'on nous a donné touchant le problême de la prouë la plus avantageuse, est beaucoup au-dessus de la portée des ouvriers; au lieu que la Table suivante met tout le mon-

de en état de profiter de cette découverte. On peut voir dans l'*Analyse démontrée* du R. P. Reyneau, que nous avons déja citée, que a étant une grandeur constante & z une variable, les abscisses de la courbe qui doit engendrer la prouë, sont égales à $\frac{3z^4}{4a^3} + \frac{z^2}{a} - \frac{5}{12}a - Lz$, & les ordonnées correspondantes égales à $\frac{z^3}{a^2} + 2z + \frac{a^2}{z}$. Nous avons pris 100 pour la valeur de la grandeur arbitraire constante a ; ce nombre est assez grand pour qu'on puisse déterminer les dimensions des plus gros Vaisseaux, à moins d'une ligne près.

TABLE

Des dimensions de la prouë la plus avantageuse.

Abscisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de z.	Logarithmes de z.	Abscisses ou parties de l'axe de la prouë.	Ordonnées ou demi-largeurs de la prouë.	Valeurs de z.	Logarithmes de z.
0	308	58	0	2880	1904	240	142
6	317	70	19	3366	2102	250	146
20	336	80	33	3911	2316	260	150
44	364	90	44	4539	2545	270	154
78	400	100	55	5194	2791	280	158
125	444	110	64	5943	3053	290	161
185	496	120	73	6769	3333	300	165
260	557	130	81	7678	3631	310	168
354	626	140	89	8675	3948	320	171
468	704	150	95	9767	4284	330	174
604	792	160	102	10959	4640	340	177
766	890	170	108	12258	5016	350	180
956	999	180	114	13668	5413	360	183
1178	1118	190	119	15198	5832	370	186
1434	1250	200	124	16852	6273	380	188
1729	1394	210	129	18639	6737	390	191
2065	1550	220	134	20565	7225	400	194
2448	1720	230	138	22636	7736	410	196

L'uſage de cette Table ſera tout-à-fait aisé. Après avoir tiré une ligne droite pour ſervir d'axe, on portera deſſus la longueur de chaque abſciſſe, meſurée ſur une échelle de parties égales, & on lui élevera une perpendiculaire égale à l'ordonnée qui lui répond dans la Table. On conduira enſuite une ligne courbe par les extrémitez de toutes ces ordonnées ou perpendiculaires, & la faiſant tourner autour de ſon axe, elle formera la prouë la plus avantageuſe. Enfin comme cette prouë eſt un demi-conoïde, toutes ſes coupes perpendiculaires à ſon axe, ou tous ſes *gabaris*, pour parler en terme de conſtruction, ſont des demi-cercles. On trouvera les rayons de ces *gabaris*, ou les demi largeurs de la prouë, dans la ſeconde & dans la ſixiéme colonne, & on verra dans la premiere & dans la cinquiéme à quelle diſtance de l'extrémité de la prouë, on doit mettre ces demi largeurs. Il reſtera au ſommet du conoïde une petite ouverture, parce que la ſurface ne vient pas joindre l'extrémité de l'axe: mais on peut fermer cet endroit avec un plan, ou bien en prolongeant la ſurface en cône. Quant aux autres colonnes de notre Table, elles ne ſerviront que lorſqu'on voudra trouver les chocs relatifs de l'eau par le moyen des expreſſions du Chapitre VIII. de la premiere Section: nous avons marqué dans ces colonnes, & les valeurs que nous avons attribuées à z, & les logarithmes Lz qu'ont ces diverſes valeurs, dans une logarithmique dont $a = 100$ eſt la ſoutangente.

Pour venir maintenant aux propriétez particuliéres qu'ont toutes les prouës formées en conoïdes, nous ferons d'abord ſouvenir les Lecteurs que les formules de la Table de la page 52 ſont conſtruites pour ces ſortes de figures. Si on déduit enſuite de la premiere formule, l'impulſion relative directe que ſouffre toute la prouë, on aura . . . $\int \frac{2n^4qydy^3 + m^2n^2qydydx^2}{h^2r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$; & il eſt clair que ſi on pouvoit intégrer cette expreſſion, ſans l'aſſujettir à la courbure d'au-

une prouë déterminée, on auroit généralement l'impulsion directe que tous les conoïdes sont sujets à souffrir. Or c'est ce qu'on peut faire dans un certain cas. On le peut, lorsque le quarré m^2 de la tangente de la dérive est double du quarré n^2 du rayon, ou lorsque cette tangente est égale à $n\sqrt{2}$. Car l'expression précédente se réduit alors à $\int \frac{2n^4 qydy^3 + 2n^4 qydydx^2}{h^2 r \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, qui se réduit par la division à ....

$\int \frac{n^4 qydy}{h^2 r}$ ou à $\int \frac{2n^2 qydy}{3r}$, en mettant $3n^2$ à la place de $h^2 = n^2 + m^2$; & si on intégre cette derniere expression, on trouve $\frac{n^2 qy^2}{3r}$, qui est le produit du tiers du quarré du sinus total n par l'étenduë $\frac{qy^2}{r}$ du demi cercle qui sert de base au demi conoïde & qui a l'ordonnée y pour rayon. Ainsi on voit cette vérité assez surprenante que tous les conoïdes de même base sont sujets à la même impulsion directe, aussi-tôt que la tangente m de l'angle de la dérive est égale à $n\sqrt{2}$, ou aussi-tôt que le fluide fait avec l'axe du conoïde un angle d'environ 54 degrez 44 minutes.
Fig. 6. Plan. 5. C'est-à-dire, que si CFE (Fig. 6. Plan. 5.) est un demi cercle qui a y pour rayon, & par conséquent $\frac{qy^2}{r}$ pour surface, & qu'on mette sur ce demi cercle, un cône, ou un conoïde parabolique ou hyperbolique CAEF, &c. l'impulsion de l'eau selon le sens de l'axe AO, dans le cas marqué, sera toujours la même: elle sera toujours $\frac{n^2 qy^2}{3r}$; & cette impulsion sera précisément égale à celle que recevroit le demi cercle CFE, si le fluide pouvoit le rencontrer. Car on peut considérer la surface de ce demi cercle, comme celle d'un conoïde, dont l'axe AO seroit infiniment petit; & ainsi tout ce qui est vrai pour les conoïdes en général, le doit être aussi pour ce demi cercle CFE qui leur sert de base.

La prouë qui a la figure la plus avantageuſe étant du nombre des conoïdes, doit recevoir auſſi une égale impulſion dans la route oblique de 54 degrez 44 minutes de dérive. Deſorte qu'elle perd, dans ce cas, l'avantage qu'elle a ſur toutes les autres prouës. Mais elle le conſerve au moins juſques-là; c'eſt-à-dire, que dans toutes les routes obliques, elle trouve toujours un peu moins d'obſtacle de la part de l'eau, ſelon le ſens direct, que tous les autres conoïdes; & ce n'eſt enfin que lorſque la dérive eſt parvenuë à environ 54 degrez 44 minutes qu'il n'y a pas de différence entre les réſiſtances. Au ſurplus, toutes les autres eſpeces de figures ont auſſi une propriété qui a rapport à celle que nous remarquons ici. Si on examine, par exemple, les impulſions directes ſur les lignes courbes dont les deux branches ſont parfaitement égales de part & d'autre de leur axe, comme dans la parabole ou dans l'hyperbole, on trouvera que toutes ces courbes ſouffrent toujours préciſément la même impulſion auſſitôt que l'obliquité de la route eſt, non pas de 54 degrez 44 minutes comme dans les conoïdes, mais de 45 degrez juſtes. Il nous ſeroit très-facile de prouver cette propriété des lignes courbes. Mais nous ne le faiſons pas, parce qu'il n'en reviendroit aucune utilité. Il ne ſuffit pas de conſidérer les Vaiſſeaux comme s'ils n'étoient terminez que par un ſimple trait ou une ſimple ligne: car la ſurface de leur prouë eſt courbe dans tous les ſens, dans le ſens horiſontal & dans le ſens vertical; & de plus leurs coupes horiſontales ne ſont pas des figures ſemblables.

Enfin, ſi nous revenons aux prouës en conoïdes, & ſi nous tirons de la 4[e] formule de la Table de la page 52, l'expreſſion $\int \frac{6n^4 y dy^2 dx + 2m^2 n^2 y dy^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ de l'impulſion relative verticale que ſouffre la prouë entiére, nous pourrons faire à peu près les mêmes remarques ſur cette impulſion que ſur la relative directe. Mais afin que nous puiſſions

diviſer le numérateur $6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3$ par $dx^2 + dy^2$ il faut que m^2 ſoit égale à $3n^2$, ou que l'angle de la dérive ſoit de 60 degrez. Alors $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 2m^2n^2ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$ deviendra $\int \frac{6n^4ydy^2dx + 6n^4ydx^3}{3b^2 \times \overline{dx^2 + dy^2}}$, qui ſe réduit effectivement par la diviſion à $\int \frac{2n^4ydx}{b^2}$ ou à $\int \frac{1}{2} n^2ydx$, en mettant $4n^2$ à la place de $b^2 = n^2 + m^2$; & c'eſt-là l'impulſion verticale à laquelle ſont expoſez tous les conoïdes, auſſi-tôt que le quarré de la tangente m eſt triple du quarré n^2 du rayon, ou que la tangente m eſt égale à $n\sqrt{3}$. Or comme ydx eſt l'élement de la ſurface AOE [Fig. 5. Plan. 5.] renfermée entre l'axe AO & la courbe AHE, il eſt clair que $\int ydx$ eſt l'étenduë de cette ſurface AOE, & que $\int \frac{1}{2} n^2ydx$ eſt le produit de cette étenduë par la moitié du quarré du ſinus total. Ainſi voici encore une vérité qui eſt une eſpece de paradoxe. Toutes les prouës CAEF formées en demi conoïdes, qui ont leur coupe horiſontale ACE de même étenduë, ſont ſujettes à la même impulſion relative ſelon le ſens vertical, lorſque l'angle de la dérive ou l'angle de la direction du fluide & de l'axe du conoïde, eſt de 60 degrez. D'où il ſuit que pour juger dans ce cas, de l'impulſion verticale, il n'eſt pas néceſſaire de connoître la figure de la prouë; il ſuffit de ſçavoir ſeulement l'étenduë de ſa coupe faite à fleur d'eau.

Au ſurplus ces obſervations ne ſont pas de ſimple curioſité; car elles nous mettent en état de découvrir beaucoup plus aiſément les impulſions de l'eau ſur toutes les prouës formées en conoïdes. On ſçait que pour ſe ſervir des formules $\frac{An^2}{n^2 + m^2} + \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \sqrt{n^2 + c^2}}{c^2}$ & $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \sqrt{n^2 + c^2}}{c^2}$ du Chapitre précédent, il

il faut avoir déja trouvé deux impulsions A & a, l'une pour la route directe, & l'autre pour une autre route dont c est la tangente de l'obliquité. Mais nous n'aurons désormais qu'à chercher simplement le choc pour la route directe ; car les deux remarques que nous venons de faire sur les prouës en conoïdes, feront que nous connoîtrons toujours aisément une autre impulsion directe ou verticale. Lorsqu'il s'agira, par exemple, des chocs relatifs selon le sens paralelle à la quille, ou selon le sens latéral perpendiculaire à la quille, lesquels supposent également la connoissance de deux impulsions relatives directes, A & a, nous n'aurons qu'à nous souvenir que lorsque l'angle de la dérive est d'environ 54 degrez 44 minutes, ou que la tangente de cet angle est égale à $n\sqrt{2}$, l'impulsion directe, qui est alors précisément la même que celle que recevroit le demi cercle CFE s'il étoit exposé au choc de l'eau, est égale au produit de $\frac{1}{3}n^2$ par l'étenduë de ce demi cercle. Ainsi nous n'aurons qu'à introduire $n\sqrt{2}$ à la place de c, & le produit de $\frac{1}{3}n^2$ par l'aire du demi cercle CFE à la place de l'impulsion a ; & si nous mettons aussi à la place de A, l'impulsion que nous aurons trouvée dans la route directe, nos formules exprimeront en termes entiérement connus, les impulsions que souffre la prouë dans les routes de toutes les obliquitez. Fig. 6. Plan. 5.

Pour ne pas laisser ceci sans quelque application, nous supposerons que la prouë du Navire le *S. Pierre* dont nous avons parlé dans le Chapitre IV. de ces Additions, est un demi conoïde, & que le demi cercle CFE qui lui sert de base est de 6687 pouces quarrez. Multipliant cette étenduë par le tiers du quarré du sinus total n que nous ferons ici de 100 parties de même que dans le Chapitre que nous venons de citer, il nous viendra 22290000 pour l'impulsion relative que doit recevoir la prouë selon le sens de la quille dans la route dont $100\sqrt{2} = n\sqrt{2}$ est la tangente de l'obliquité. Or nous n'avons qu'à substituer

dans la formule $\frac{An^2}{n^2+m^2} + \frac{m^2}{n^2+m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2+c^2}}{c^2}$; cette tangente $100\sqrt{2}$ à la place de c, l'impulsion 22290000, qui convient à cette tangente, à la place de a & l'impulsion 10245735 qui appartient à la route directe (comme nous l'avons trouvé dans le Chapitre IV.) à la place de A; & il nous viendra $\frac{1024573{,}50000 + m^2 \times 28312132}{10000+m^2}$ pour l'expression générale des chocs relatifs directs dans toutes les routes : c'est-à-dire, qu'il ne restera donc plus qu'à introduire à la place de m, la tangente de quel angle de dérive on voudra, & on aura l'impulsion pour cet angle. Si on fait de semblables substitutions dans la formule $\frac{m}{n^2+m^2} \times \frac{-2An^3+2an \times \overline{n^2+c^2}}{c^2}$ qui sert à trouver les impulsions latérales par le moyen des impulsions directes, nous aurons $\frac{m}{10000+m^2} \times 5662426500$ pour l'expression générale de ces impulsions; & on déterminera aussi cette expression à servir pour quelle route particulière on voudra, en substituant à la place de m, la tangente de chaque angle de dérive.

Ce sera encore à peu près la même chose pour les chocs relatifs verticaux, aussi-tôt qu'on aura déja trouvé, par la méthode du Chapitre III. ou par quelqu'autre moyen, le choc vertical A pour la route directe. Car la connoissance de l'aire de la surface CAE, nous tiendra lieu d'une seconde impulsion; puisque le produit de la moitié de cette surface par la moitié $\frac{1}{2}n^2$ du quarré du sinus total, représente, comme nous l'avons vû, l'impulsion verticale dans la route de 60 degrez de dérive. C'est pourquoi nous n'aurons qu'à introduire ce produit à la place de a, & $n\sqrt{3}$, à la place de c dans la formule $\frac{An^2}{n^2+m^2}$

$+ \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$, qui ſert également pour les impulſions verticales que pour les directes, & on aura l'expreſſion de ces impulſions verticales pour toutes les routes.

Enfin il ſera peut-être aſſez convenable de réſumer ici en peut de mots les principales choſes que nous avons expliquées dans ces Additions. Les Lecteurs ont trouvé dans le Chapitre III. la maniére de découvrir l'impulſion que l'eau fait ſur les prouës de toutes ſortes de figures, en partageant leurs ſurfaces en pluſieurs parties triangulaires ſenſiblement planes. On ſe ſervira de cette méthode pour trouver l'impulſion directe & l'impulſion verticale dans deux routes différentes, dans la directe & dans une oblique qu'on choiſira à volonté : & n déſignant enſuite le ſinus total ; c la tangente de la dérive de la route oblique ; & A & a les deux impulſions verticales trouvées par la méthode du Chapitre III. la formule $\frac{An^2}{n^2 + m^2}$ $+ \frac{m^2}{n^2 + m^2} \times \frac{-An^2 + a \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ exprimera toutes les impulſions verticales, pour tous les autres angles de dérive dont m ſera la tangente.

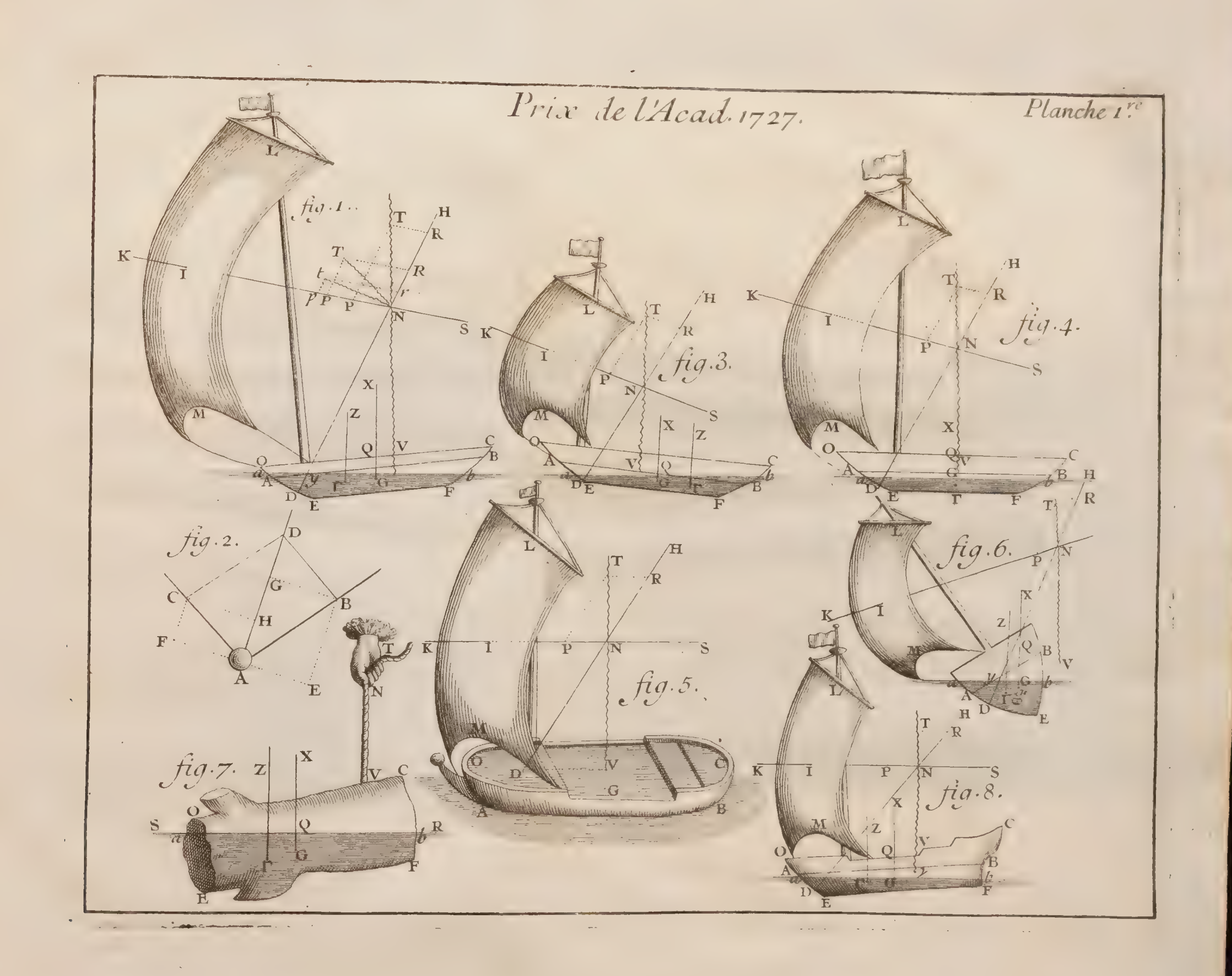
Cette même formule exprimera auſſi les impulſions relatives directes pour toutes les routes ; auſſi-tôt que A & a déſigneront les deux impulſions directes trouvées par la méthode du Chapitre III. & cette autre formule $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \frac{-2An^3 + 2an \times \overline{n^2 + c^2}}{c^2}$ exprimera en même-tems toutes les impulſions latérales. C'eſt ce que nous avons expliqué dans le Chapitre V. & nous avons fait voir auſſi que la direction composée de tout le choc horiſontal de l'eau paſſe toujours par le même point de la quille. De ſorte qu'il ſuffit de chercher cette direction dans une ſeule route oblique, pour ſçavoir de part & d'autre de

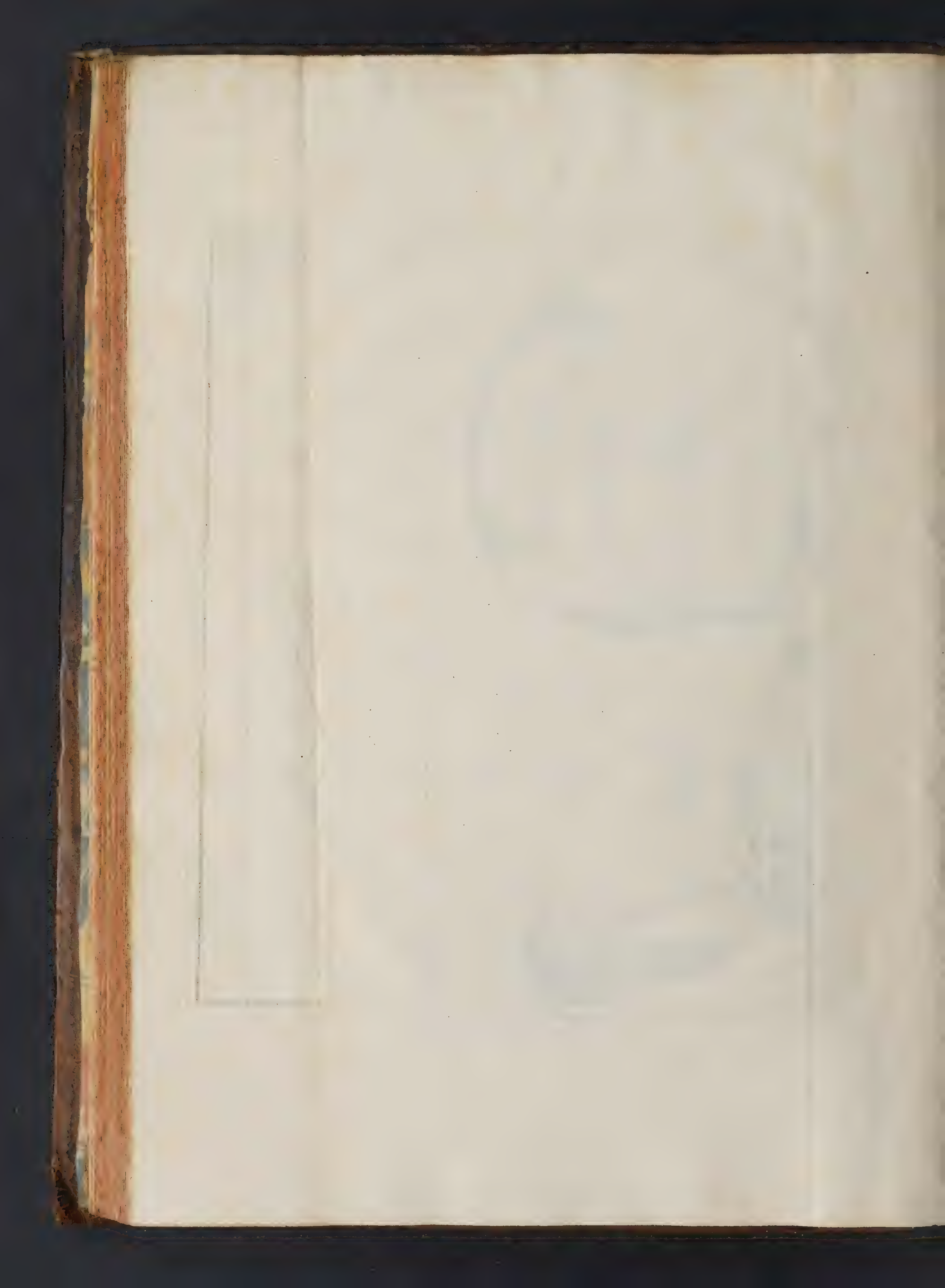
quel point, on doit toujours mettre toutes les voiles en équilibre.

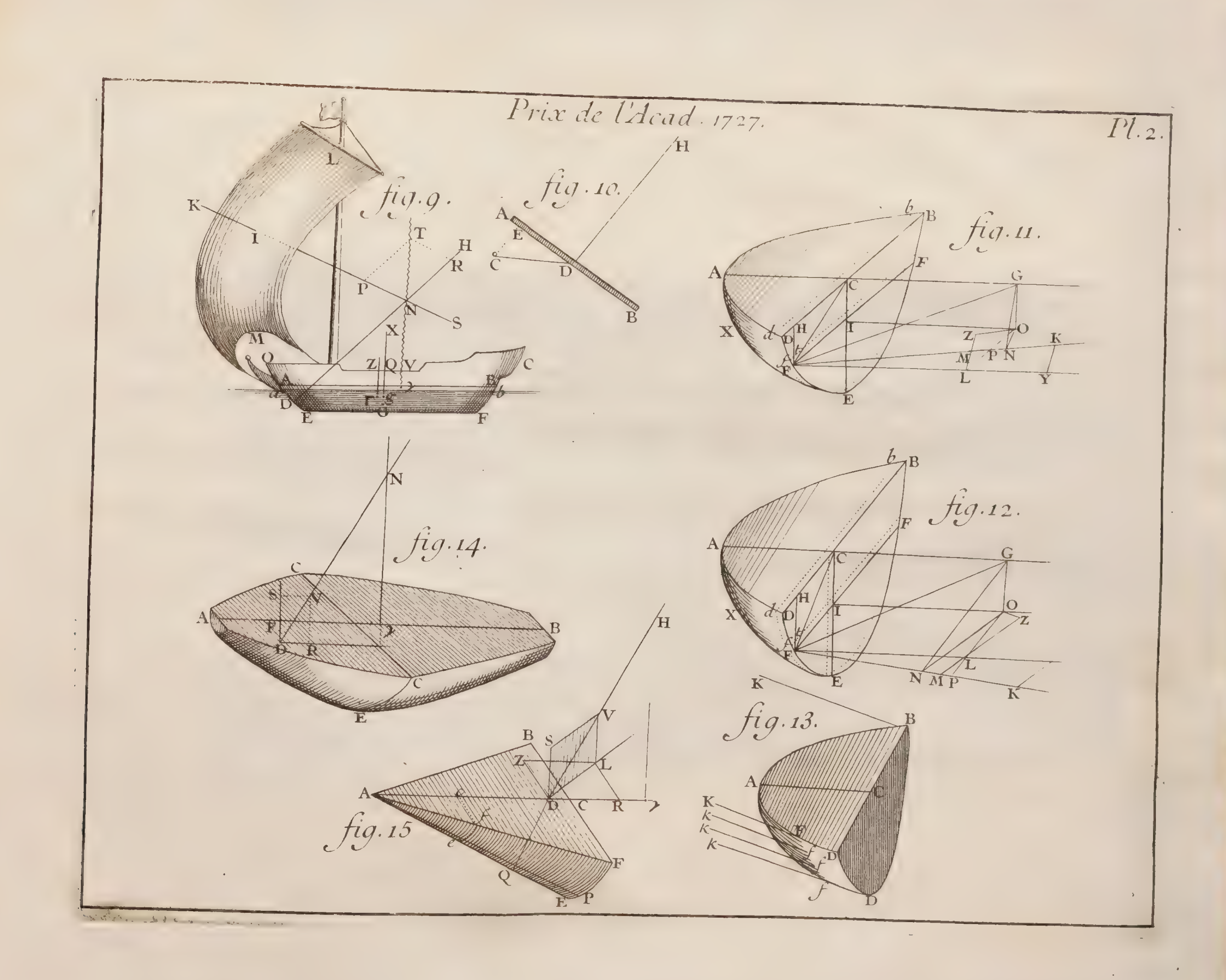
Ce que nous venons de dire convient aux prouës de toutes les figures; mais lorſque la prouë eſt faite en demi conoïde, il ſuffit de chercher, par la méthode du Chapitre III. les impulſions directe & verticale pour la ſeule route directe. Alors A déſignant l'impulſion directe connuë, & e l'étenduë du demi cercle CFE qui ſert de baſe au demi conoïde de la prouë, nous aurons, 1°. $\frac{An^2 + m^2 \times \overline{-\frac{1}{2}A + \frac{1}{2}en^2}}{n^2 + m^2}$ pour les impulſions directes dans toutes les routes dont m ſera la tangente de l'obliquité. Nous aurons 2°. $\frac{m}{n^2 + m^2} \times \overline{-An + en^3}$ pour les impulſions latérales. Et enfin f déſignant l'étenduë de la coupe horiſontale CAE de la prouë, faite à fleur d'eau, & A l'impulſion verticale trouvée dans la route directe, nous aurons 3°. $\frac{An^2 + m^2 \times \overline{-\frac{1}{3}A + \frac{1}{3}fn^2}}{n^2 + m^2}$ pour les impulſions verticales dans toutes les autres toutes.

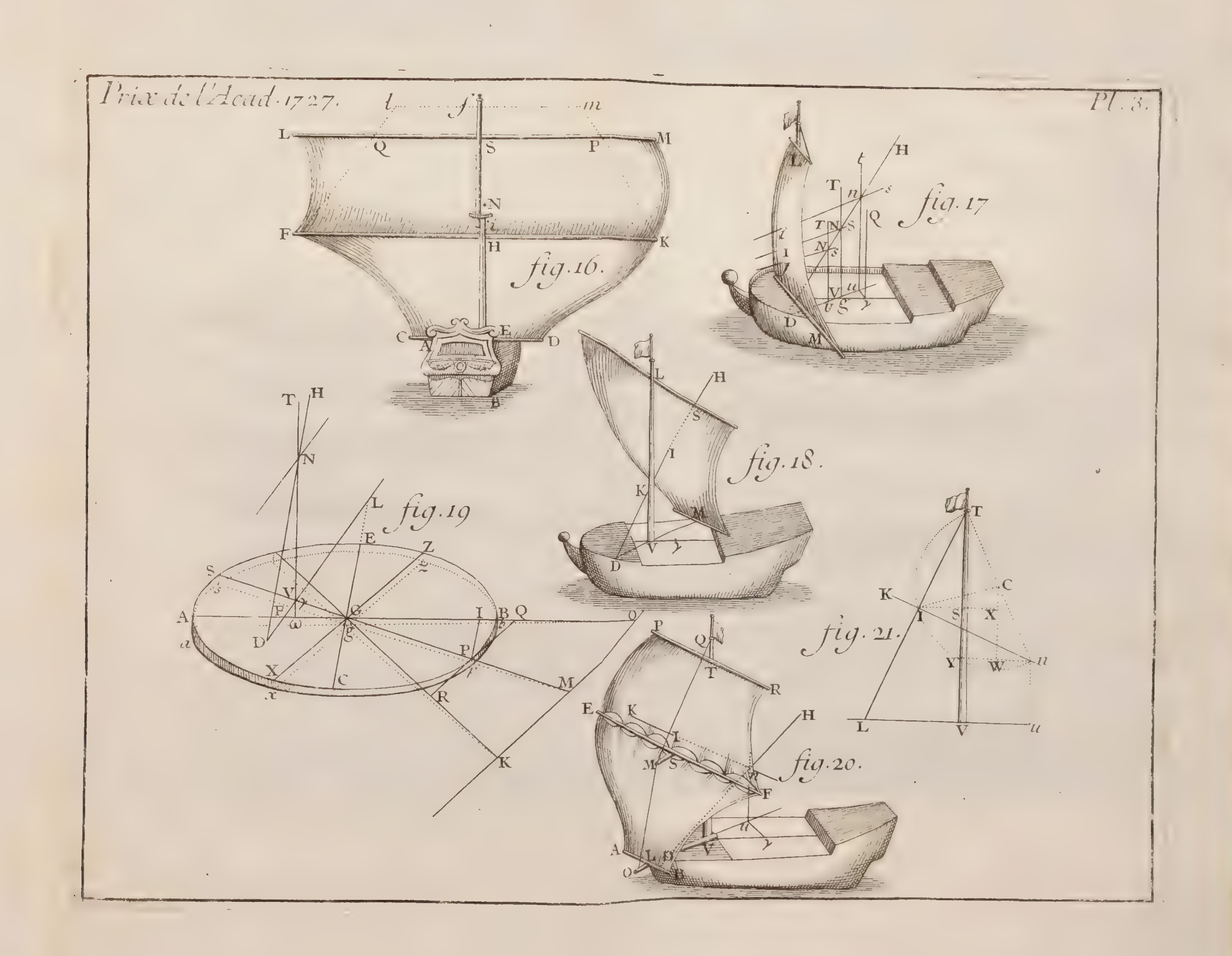
Nous euſſions pû pouſſer ces Remarques beaucoup plus loin, & paſſer enſuite à la réſolution générale des plus importans Problêmes de Manœuvre. Mais cela demanderoit un Traité particulier; d'autant plus que nous ne pourrions pas expliquer ici toutes ces choſes ſans ſortir des bornes que nous avons dû nous preſcrire dans ces Additions. On voit que d'une Théorie aſſez difficile, nous ſommes deſcendus à des regles très-ſimples. Il arriveroit encore la même choſe: Et on pourroit inſtruire aiſément de ces regles les Marins & les Conſtructeurs; ſans exiger d'eux qu'ils entraſſent dans toutes les difficultez de la ſpéculation.

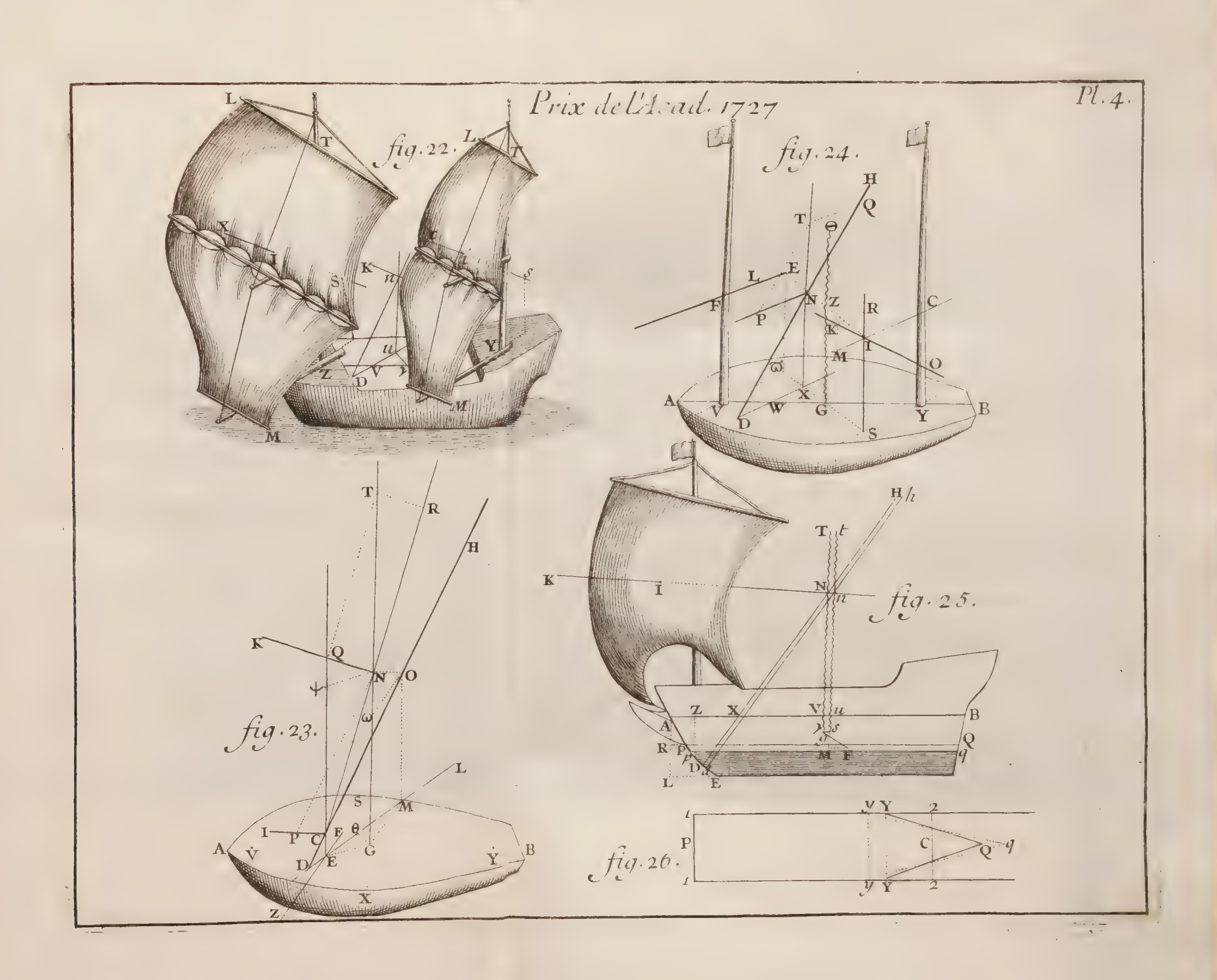
F I N.

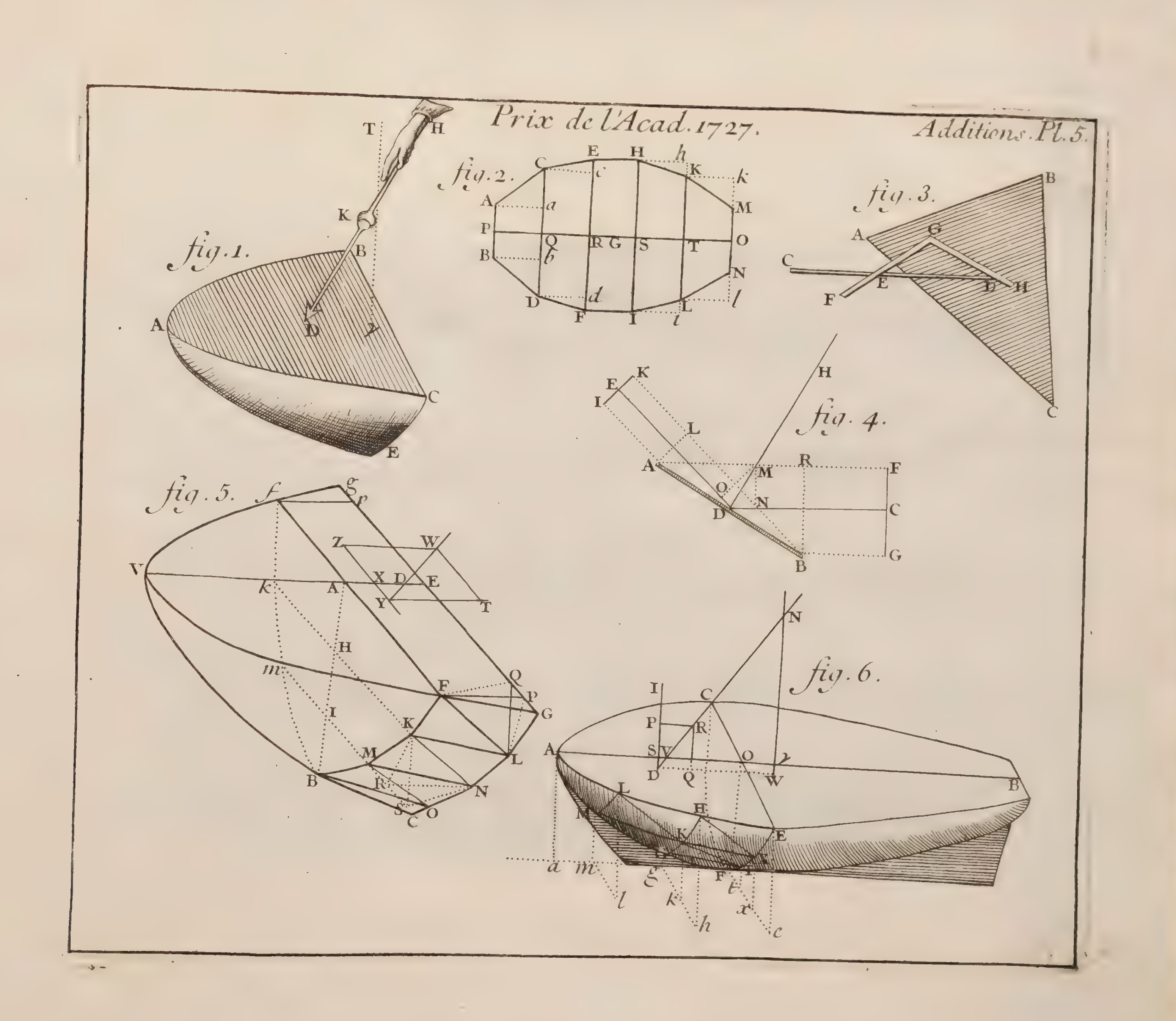

Prix de l'Acad. 1727.
Planche 1.re
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.
fig. 7.
fig. 8.




Prix de l'Acad. 1727.
Pl. 2.
fig. 9.
fig. 10.
fig. 11.
fig. 12.
fig. 13.
fig. 14.
fig. 15


Prix de l'Acad. 1727.
Pl. 3.
fig. 16.
fig. 17
fig. 18.
fig. 19
fig. 20.
fig. 21.


Prix de l'Acad. 1727
Pl. 4.
fig. 22.
fig. 24.
fig. 23.
fig. 25.
fig. 26.


Prix de l'Acad. 1727.
Additions. Pl. 5.
fig. 1.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.

